HAL
open science

Ecart de production dans la zone euro : une estimation par le filtre de Hodrick-Prescott multivarié

Odile Chagny, Matthieu Lemoine

To cite this version:

Odile Chagny, Matthieu Lemoine. Ecart de production dans la zone euro : une estimation par le filtre de Hodrick-Prescott multivarié. Revue de l'OFCE, 2003, 86, pp.173-202. 10.3917/reof.086.0173 . hal-01019442

HAL Id: hal-01019442

https://sciencespo.hal.science/hal-01019442

Submitted on 7 Jul 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCART DE PRODUCTION DANS LA ZONE EURO
*UNE ESTIMATION PAR LE FILTRE DE HODRICK-PRESCOTT MULTIVARIÉ**

Odile Chagny et Matthieu Lemoine
Département analyse et prévision de l'OFCE

Cet article applique le filtre de Hodrick-Prescott multivarié (HPMV) à l'estimation de l'écart de production de la zone euro. Le filtre HPMV est reformulé comme un modèle espace-état, qui peut ensuite s'estimer avec le filtre de Kalman et l'algorithme EM. À la différence des autres études empiriques sur le filtre HPMV, cette méthode d'estimation présente l'avantage d'estimer tous les paramètres des équations économiques plutôt que de les calibrer, ce qui augmente la précision des estimations de l'écart de production. Lorsque sont ajoutées une loi d'Okun et une équation de capacités, le filtre HPMV modifie sensiblement le diagnostic conjoncturel pour la zone euro par rapport aux évaluations fournies par un filtre HP univarié. Les résultats du filtre HPMV présentent un certain nombre d'avantages relativement à ceux du filtre HP univarié. L'écart de production connaît des révisions nettement moins importantes avec un filtre HPMV, ce qui est utile dans un contexte d'analyse conjoncturelle. De plus, la capacité prédictive de l'écart de production sur l'inflation est meilleure avec le filtre HPMV.

L'évolution récente de la zone euro soulève du point de vue de l'analyse cyclique de multiples interrogations. Les réformes structurelles mises en œuvre sur le marché du travail commencent-elles à produire des effets ? La période de forte croissance de la fin des années 1990 s'est en effet accompagnée d'un recul marqué du taux de chômage, mais cette amélioration n'a pas été suivie de tensions inflationnistes. L'éclatement de la bulle technologique en 2000 et la chute prolongée des marchés financiers ont fortement dégradé la situation de bilan des entreprises, et cette contrainte d'offre

* Cet article résulte de travaux développés dans le cadre d'un contrat de recherche avec la division A6 « Indicateurs statistiques pour l'analyse conjoncturelle de la zone euro » d'Eurostat.

devrait peser sur le rythme d'accumulation du capital au cours des années à venir. Cela ne risque-t-il pas d'hypothéquer les perspectives d'une croissance dynamique de la zone ? La reprise engagée au début de l'année 2002 ayant fait long feu, les politiques monétaire et budgétaire sont-elles adaptées à la situation conjoncturelle ? Ces exemples sont loin d'être exhaustifs, mais renvoient, tous d'une manière ou d'une autre, à des interrogations sur le rythme soutenable de croissance, sur l'évaluation de la position dans le cycle, sur l'appréciation des tensions entre les fluctuations endogènes de l'activité et la croissance accessible, ou encore sur l'adéquation des politiques économiques. Y répondre suppose de pouvoir apprécier dans quelle mesure les fluctuations économiques relèvent de l'offre ou de la demande. Cela revient à estimer l'écart de production, soit l'écart entre production effective et production potentielle, cette dernière, par définition inobservable, se définissant généralement comme « le niveau maximal de production qu'une économie peut soutenir sans tensions inflationnistes » (De Masi, 1997).

Pour faire face à la multiplicité de ses besoins, le conjoncturiste dispose d'une batterie d'instruments [1]. Les *méthodes structurelles* reposent sur une représentation de la fonction de production, sur une mesure des facteurs de production et sur une analyse du fonctionnement des marchés des facteurs. Elles sont les seules à expliciter la nature des contraintes qui pèsent sur la croissance accessible et à permettre d'évaluer les effets de changements structurels (modification du rythme de progrès technique, du rythme d'accumulation du capital, …). Elles sont en revanche moins adaptées à l'identification de la dynamique cyclique et à l'évaluation de la position dans le cycle, ce qui justifie le recours aux *méthodes statistiques* d'extraction de tendance et de cycle. Les premières méthodes fournissent une estimation de la croissance potentielle, les secondes une évaluation de la croissance tendancielle, qui est assimilée à une croissance potentielle. Les méthodes statistiques appliquées au PIB peuvent fournir des indications utiles pour des périodes sur lesquelles on dispose d'un recul suffisant. Mais confrontées par exemple à une accélération de la croissance en fin de période, elles sont dans l'incapacité d'apprécier la nature tendancielle ou cyclique de cette accélération, en l'absence d'observations futures et de référence explicite aux tensions sur les marchés des biens et du travail.

C'est notamment pour permettre aux méthodes statistiques de mieux prendre en compte ces tensions qu'ont été développées diverses *méthodes statistiques multivariées*. Ces méthodes consistent essentiellement à introduire dans les méthodes statistiques de décomposition

1. Pour une revue de la littérature des méthodes d'estimation de l'écart de production appliquées à la France, voir Banque de France (2002). Pour une revue de la littérature appliquée à la zone euro, voir par exemple Chagny et Döpke (2001).

tendance-cycle une information supplémentaire, de nature économique, avec comme principal objectif d'améliorer la capacité de distinguer les chocs d'offre, qui affectent la tendance, des chocs de demande, qui affectent le cycle. Ces méthodes sont à la fois statistiques *et* multivariées, dans le sens où elles reposent sur certaines hypothèses relatives aux processus stochastiques engendrant la tendance et le cycle, mais aussi sur le lien entre les fluctuations de la production et celle d'autres variables économiques, comme par exemple l'inflation ou le chômage. Si elles ne permettent pas d'identifier la nature des contraintes pouvant peser sur la croissance potentielle, comme dans le cas des méthodes structurelles, elles tentent néanmoins de capter une information supplémentaire, qui se fonde sur une représentation de l'excès d'offre ou de demande sur différents marchés, ce qui peut s'avérer utile à l'interprétation des cycles économiques.

Cet article applique l'une de ces méthodes statistiques multivariées, le filtre de Hodrick-Prescott multivarié (HPMV par la suite), à l'estimation de l'écart de production de la zone euro. Le filtre HPMV a été développé par Laxton et Tetlow (1992), et se présente comme une extension du filtre de Hodrick-Prescott (HP), par le biais de l'intégration d'équations additionnelles. Ces équations sont retenues pour leur caractère informatif sur les tensions sur les marchés des biens et du travail. Cet article se propose de mesurer l'influence de l'intégration de cette information supplémentaire, de nature économique, sur l'évaluation de l'écart de production de la zone euro. L'identification à un modèle espace-état permet en outre d'utiliser une nouvelle technique d'estimation du filtre. Ce cadre probabiliste, présenté par Lemoine et Pelgrin (2003) dans cette même Revue, évite de calibrer un certain nombre de paramètres clefs et fournit plusieurs critères statistiques précieux pour l'évaluation des estimations de l'écart de production.

La première partie présente le cadre méthodologique, soit le filtre HPMV, les équations économiques et la méthode d'estimation retenues. La seconde partie applique cette méthodologie à l'estimation de l'écart de production de la zone euro, et discute l'impact des variables économiques retenues sur la base de divers critères statistiques (précision des estimations, statistiques de révision et capacité prédictive de l'inflation).

Présentation du filtre HPMV

Le programme général de minimisation

Le filtre HPMV a été développé par Laxton et Tetlow (1992) comme une extension du programme d'optimisation du filtre HP univarié (équation 1), dans lequel sont minimisés conjointement l'écart de production et une contrainte de lissage de la production potentielle :

$$y^*_{t=1:T} = argmin\left(\sum_{t=1}^{T}(gap_t)^2 + \lambda\sum_{t=2}^{T-1}(\Delta^2 y^*_t)^2\right) \quad (1)$$
$$où\ gap_t = y_t - y^*_t\ et\ \Delta^2 y^*_t = (y^*_{t+1} - y^*_t) - (y^*_t - y^*_{t-1})$$

avec y_t la production, y^*_t la production potentielle, gap_t l'écart de production et $\lambda>0$ le paramètre de lissage. Le partage entre chocs permanents et chocs transitoires, fréquemment interprété comme la distinction entre chocs d'offre et de demande [2], dépend de la valeur du paramètre λ. En effet, plus λ est élevé, plus le filtre produira une tendance lisse et un cycle ample ; à l'inverse, plus λ est faible, plus le filtre produira une tendance volatile et un cycle amorti. Le paramètre λ est généralement fixé à 1600 pour des séries trimestrielles, ce qui revient à filtrer les cycles d'une période inférieure à 8 ans [3]. King et Rebello (1993) ont montré que la valeur optimale du paramètre λ est fonction du rapport entre la variance des chocs de demande et celle des chocs d'offre ($\sigma^2_{y\text{-}y^*}/\sigma^2_{\Delta^2 y^*}$). Or une incertitude considérable entoure la valeur de ce rapport, et donc celle du paramètre λ, et ce d'autant plus qu'il est particulièrement difficile pour le filtre de distinguer un choc de demande persistant d'un choc d'offre, dans la mesure où la seule différence qu'il identifie réside dans le caractère persistant des chocs d'offre et temporaire des chocs de demande. Cette difficulté à dissocier les chocs d'offre des chocs de demande est propre à toutes les méthodes univariées de décomposition tendance-cycle, mais elle est amplifiée dans le cas du filtre HP. Les propriétés de symétrie du filtre HP disparaissent en effet en fin de période, de sorte qu'en l'absence d'information sur les observations

2. L'identification entre chocs d'offre/de demande et chocs permanents/ transitoires est fréquente depuis Nelson et Plosser (1982). Cette hypothèse est forte, et ne tient par exemple pas compte des effets d'hystérèse, qui peuvent conduire les chocs de demande à être persistants. La plupart des méthodes statistiques, et notamment le filtre HPMV, reposent néanmoins sur une hypothèse d'indépendance des chocs permanents et des chocs transitoires et ne tiennent donc pas compte d'une possible transmission à la tendance des chocs affectant le cycle, (comme dans le cas des effets d'hystérèse), ni, à l'inverse, d'une possible transmission au cycle des chocs affectant la tendance (comme dans le cas des chocs de productivité).

3. Voir Baxter et King (1995) pour cette interprétation en fréquence du choix du paramètre λ. Mais, comme le montre Bouthevillain (2002), seuls 75 % des cycles de 8 ans sont filtrés avec λ=1 600. Un critère plus dur consistant à filtrer 90 % des cycles de 8 ans exigerait de fixer λ=7 000 pour des séries trimestrielles.

futures, le filtre aura plus de difficulté à considérer un choc donné comme transitoire ou permanent. Il produira de ce fait des estimations particulièrement instables en fin d'échantillon, au moment même où l'information délivrée par le filtre peut être considérée comme la plus précieuse pour le diagnostic conjoncturel.

L'objectif premier de la version multivariée du filtre HPMV est donc d'apporter une solution aux problèmes qui viennent d'être évoqués, par le biais de trois innovations. La première est d'incorporer dans le programme d'optimisation du filtre une information de nature économique, censée aider le filtre à mieux comprendre la nature des chocs qui affectent l'économie. La deuxième est d'intégrer des contraintes statistiques visant à améliorer les propriétés de fin de période du filtre HP [4]. À ces deux innovations sont associés dans le programme d'optimisation des poids spécifiques. La troisième est de rendre la décomposition tendance-cycle plus souple en autorisant le paramètre de lissage et les poids à prendre différentes valeurs au cours du temps [5]. Le programme d'optimisation d'un filtre HPMV admet donc la représentation suivante :

$$y^*_{t=1:T} = arg\,min\left(\sum_{t=1}^{T}\left(gap_t\right)^2 + \sum_{t=2}^{T-1}\lambda_t\left(\Delta^2 y^*_t\right)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{t=1}^{T}\mu_{i,t}\left(\varepsilon_{i,t}\right)^2 + \sum_{j=1}^{m}\sum_{t=1}^{T}\gamma_{j,t}\left(AD_{j,t}\right)^2\right) \quad (2)$$

où, outre les variables précédentes, $\varepsilon_{i,t}$ sont les résidus de *n* équations économiques reliant l'écart de production à d'autres variables économiques, $\mu_{i,t}$ sont les poids (positifs) associés à ces relations économiques, $AD_{j,t}$ sont les m contraintes statistiques additionnelles, $\gamma_{j,t}$ sont les poids associés à ces contraintes. La tendance recherchée par ce programme doit donc à la fois minimiser l'écart de production, les variations de son taux de croissance, ajuster au mieux les n relations économiques, tout en tenant compte des m contraintes

4. L'ajout des équations économiques a été proposée la première fois par Laxton et Tetlow (1992). L'intégration de contraintes additionnelles visant à améliorer les propriétés de fin d'échantillon du filtre HPMV a été proposée par Butler (1996), selon deux modalités. La première est une contrainte de régime permanent, qui pénalise à la fin de la période d'estimation les variations du taux de croissance de la tendance ou ses déviations par rapport à un taux de croissance de long terme, supposé exogène. Elle a pour objectif d'éviter des variations trop importantes de la tendance en fin d'échantillon. Saint Amant et van Norden (1997) font néanmoins remarquer que cette contrainte équivaut à imposer un jugement *a priori* sur le taux de croissance potentielle en fin de période, ce qui est contradictoire avec la nature stochastique de la tendance estimée par un filtre HP. La seconde est une restriction récursive, visant à pénaliser sur l'ensemble de la période la sensibilité de la tendance estimée à l'arrivée de nouvelles données.

5. L'idée d'utiliser des poids variables dans le temps a été proposée la première fois par Laxton et Tetlow (1992). Cette contrainte est mise en œuvre en attribuant pour certaines sous périodes des valeurs spécifiques au paramètre de lissage ou aux poids. Cette stratégie a été proposée par Razzak et Dennis (1995) dans le cadre du filtre HP univarié pour le paramètre de lissage et est généralisée dans le cas du filtre HPMV. Conway et Hunt (1997) testent par exemple l'impact sur leurs évaluations d'une valeur plus faible du paramètre λ sur une sous-période où les chocs d'offre sont considérés par eux comme prédominants, ce qui équivaut donc à demander au filtre de moins pénaliser les variations du taux de croissance tendanciel. Butler (1996) fixe par exemple une valeur nulle au poids de l'équation d'inflation à la date de l'introduction de la taxe sur la valeur ajoutée au Canada, pour que le filtre n'attribue pas le choc sur l'inflation qui en résulte à une modification de l'écart de production.

additionnelles. À chacun de ces objectifs est associé un poids, qui peut être variable au cours du temps.

Nous proposons dans cet article d'évaluer l'impact de l'intégration de relations économiques additionnelles sur l'évaluation de l'écart de production de la zone euro, ainsi que d'illustrer l'incidence de valeurs alternatives des poids associés à ces relations. Le programme d'optimisation retenu ne comprend donc pas de contrainte statistique additionnelle, et les poids sont considérés comme constants dans le temps.

Description des équations économiques retenues

Le choix des équations économiques est motivé avant tout par leur contenu informatif sur les déséquilibres de l'économie. Le modèle HPMV proposé ici comprend trois relations économiques : une équation d'inflation (3), une loi d'Okun (4) et une équation des capacités de production (5) [6].

L'équation d'inflation s'apparente au *triangle model* de Gordon (1997), et renvoie à la définition originelle d'Okun (1962) du potentiel de production comme le niveau maximum de production compatible avec l'absence de tensions inflationnistes :

$$\Pi_t = \alpha_1 \Pi_{t-1} + \alpha_2 \Pi_{t-2} + \alpha_3 \Pi_{t-3} + \alpha_\pi gap_{t-1} + \gamma_1 S_{t-1} + \gamma_2 S_{t-2} + \varepsilon_{\pi,t} \qquad (3)$$

avec Π_t l'inflation, mesurée comme le taux de croissance trimestriel de l'indice des prix à la consommation. L'inflation dépend d'anticipations adaptatives, de l'écart de production gap_t et de l'évolution des termes de l'échange S_t [7]. L'intégration des prix relatifs vise à tenir compte du fait que certaines évolutions de l'inflation reflètent l'effet de chocs d'offre temporaires (comme une variation du taux de change ou du prix des matières premières importées), et ne doivent de ce fait pas être attribuées à une évolution de l'écart de production. Pour s'assurer que l'équation d'inflation de long terme soit bien spécifiée en accélération, la somme des coefficients α_1, α_2, et α_3 a été contrainte à 1. Dans les modèles présentés ici, la plupart des estimations conduisent à retenir un pouvoir explicatif maximal pour un retard d'ordre 1 de l'écart de production.

6. La version originelle du filtre HPMV (Laxton et Tetlow 1992) intègre deux relations économiques (une équation d'inflation et une loi d'Okun). Conway et Hunt (1997) et de Brouwer (1998) y ajoutent l'équation de capacité de production. Haltmaier (1996) n'intègre que l'équation d'inflation, tandis que Côté et Hostland (1993) intègrent trois différentes mesures de l'inflation (déflateur implicite du PIB, indice des prix à la consommation et salaires), ainsi qu'une équation d'Okun.

7. Les prix relatifs des importations sont calculés comme la différence entre le taux de croissance du déflateur des importations de biens et services et celui de l'indice des prix à la consommation. Ils sont mesurés ici en taux de croissance.

La loi d'Okun rend compte du lien entre les déséquilibres du marché du travail et ceux du marché des biens et services :

$$UNR_t - UNR_t^* = \alpha_{unr} gap_t + \varepsilon_{unr,t} \qquad (4)$$

où UNR_t est le taux de chômage, UNR^*_t le taux de chômage d'équilibre, $1/\alpha_{unr}$ est le coefficient d'Okun. Cette contrainte vise essentiellement à intégrer une information de long terme, dans la mesure où le facteur travail est la seule contrainte jouant sur la production potentielle dans ce cas. Tout le problème réside dans la détermination du taux de chômage d'équilibre, tout particulièrement dans la zone euro, où le taux de chômage a connu une dérive importante à la hausse dans les années 1970 et 1980 et ne fluctue pas, comme dans le cas des États-Unis, autour d'une valeur stable. Le choix qui a été fait ici est d'endogénéiser l'estimation du taux de chômage d'équilibre, en le contraignant à reproduire une tendance proche de celle d'un filtre HP univarié. Cette approche est certes réductrice, mais elle a été motivée par le souhait d'estimer l'ensemble des paramètres du modèles dans un cadre de décomposition tendance-cycle homogène [8].

Enfin, utiliser le taux d'utilisation des capacités revient à prendre en compte l'idée selon laquelle le potentiel de production est limité à court terme par le stock de capital disponible :

$$CAP_t - CAP_t^* = \alpha_{cap} gap_t + \varepsilon_{cap,t} \qquad (5)$$

avec CAP_t le taux d'utilisation des capacités de production issu des enquêtes auprès de l'industrie manufacturière, CAP^*_t sa valeur d'équilibre, modélisée ici par une tendance linéaire pour rendre compte de possibles changements structurels du taux d'utilisation des capacités de production dans la zone euro, liés par exemple à la durée d'utilisation des équipements. L'utilisation de ce type de variable présente l'avantage d'incorporer une information « directe » sur les tensions, mais il est soumis aux inconvénients des enquêtes qualitatives, et ne couvre qu'une faible part de l'économie, de surcroît décroissante [9].

8. Si la plupart des autres études empiriques sur le filtre HPMV estiment également le taux de chômage d'équilibre avec un filtre HP univarié, il est cependant envisageable d'incorporer des estimations issues de modèles structurels, comme dans De Brouwer (1998). Le recours à ce type d'évaluation structurelle présente l'avantage de permettre une décomposition clairement identifiée des déterminants de long terme et de court terme du taux de chômage d'équilibre. Voir Chagny, Reynès et Sterdyniak (2002) pour une discussion sur le taux de chômage d'équilibre de court terme et de moyen/long terme.

9. L'industrie manufacturière représente 23 % de la valeur ajoutée de la zone euro en 2002. En outre, sa part est en constante diminution depuis les années 1970, ce qui justifierait de modifier le poids accordé à cette équation au cours du temps.

Procédure d'estimation

Pour estimer la production potentielle y^*_t, le programme d'optimisation (2) fait intervenir les résidus $\varepsilon_{i,t}$ des équations (3), (4) et (5) dont les estimations font elles-mêmes intervenir y^*_t au travers de l'écart de production. Ce problème de circularité est traité depuis Laxton et Tetlow (1992) par une procédure itérative, qui nécessite de calibrer arbitrairement les poids $\mu_{i,t}$. Nous utilisons dans cet article une méthodologie alternative. Le filtre HPMV est reformulé sous forme espace-état et est ensuite estimé avec un filtre de Kalman [10]. Cette méthodologie espace-état présente l'avantage d'estimer conjointement la production potentielle y^*_t, les équations (3), (4), (5) et les poids $\mu_{i,t}$. Elle fournit également des intervalles de confiance autour de la production potentielle estimée, ce que ne permet pas la procédure d'estimation itérative.

La procédure d'estimation consiste dans une première étape à réécrire le programme de minimisation du filtre HPMV sous une forme espace-état :

$$\begin{pmatrix} y^*_t \\ y^*_{t-1} \\ gap_t \\ gap_{t-1} \\ UNR^*_t \\ UNR^*_{t-1} \\ CAP^*_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^*_{t-1} \\ y^*_{t-2} \\ gap_{t-1} \\ gap_{t-2} \\ UNR^*_{t-1} \\ UNR^*_{t-2} \\ CAP^*_{t-1} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ t_{CAP} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{\Delta\Delta y^*,t} \\ 0 \\ \varepsilon_{gap,t} \\ 0 \\ \varepsilon_{\Delta\Delta unr^*,t} \\ 0 \\ \varepsilon_{cap^*,t} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} y_t \\ \Pi_t \\ UNR_t \\ CAP_t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \alpha_\pi \\ 0 & 0 & \alpha_{unr} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha_{cap} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y^*_t \\ y^*_{t-1} \\ gap_t \\ gap_{t-1} \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 & \gamma_1 & \gamma_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Pi_{t-1} \\ \Pi_{t-2} \\ \Pi_{t-3} \\ S_{t-1} \\ S_{t-2} \\ UNR^*_t \\ CAP^*_t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon_{\pi,t} \\ \varepsilon_{unr,t} \\ \varepsilon_{cap,t} \end{pmatrix}$$

10. Harvey (1985) explique comment reproduire un filtre HP avec un filtre de Kalman. Boone (2000) et Boone *et al.* (2001) étendent cette démarche aux filtres HPMV, pour estimer le NAIRU en France et aux États-Unis. Voir annexe I pour plus de détails sur la réécriture du filtre HPMV dans un cadre espace-état. Voir Lemoine et Pelgrin (2003) pour une présentation des modèles espace-état et des méthodes d'estimation associées.

Le premier système d'équations regroupe les équations d'état, le second système d'équations regroupe les équations de mesure [11].

Dans ce modèle, calibrer le coefficient de lissage λ et les poids μ_i des relations économiques revient à contraindre les ratios de variances suivant :

$$\lambda = \sigma^2_{gap} / \sigma^2_{\Delta\Delta y^*}, \mu_\pi = \sigma^2_{gap} / \sigma^2_\pi, \mu_{unr} = \sigma^2_{gap} / \sigma^2_{unr}, \mu_{cap} = \sigma^2_{gap} / \sigma^2_{cap} \ .$$

En outre, pour estimer le taux de chômage d'équilibre comme la tendance issue d'un filtre HP, il est nécessaire de fixer le ratio de variance suivant :

$$\lambda_{unr*} = \sigma^2_{gapunr} / \sigma^2_{\Delta\Delta UNR^*} \quad [12]$$

Mais, excepté λ et λ_{unr*} qui ont été fixés à la valeur de 1 600, soit la valeur usuellement retenue pour les séries trimestrielles, ces ratios ont été estimés par maximum de vraisemblance, ce qui permet de les comparer aux valeurs habituellement retenues dans d'autres études empiriques.

Dans une seconde étape, les variables d'état y^*_t et gap_t et l'ensemble des paramètres sont estimés avec le filtre de Kalman et l'algorithme EM. La mise en œuvre de ces algorithmes requière d'accorder une attention particulière aux initialisations et a été conduite comme suit :

— *Initialisation du filtre de Kalman* : les valeurs initiales de la production potentielle ont été estimées avec un filtre HP univarié. La production potentielle étant non stationnaire, il convient de procéder à une initialisation diffuse, c'est-à-dire de fixer sa variance initiale à un niveau élevé.

— *Initialisation de l'algorithme EM* : les élasticités et les variances des résidus ont été initialisées en pré-estimant par moindres carrés les équations (3), (4) et (5) avec un écart de production issu d'un filtre HP univarié.

Application à la zone euro [13]

Grille d'analyse des résultats

L'apport du filtre HPMV multivarié pour l'estimation de l'écart de production de la zone euro peut être évalué au regard de plusieurs

11. Les variables d'état y^*_{t-1}, gap_{t-1} et UNR^*_{t-1} n'apportent pas d'information économique supplémentaire. Leur intégration sert à éviter de recourir, dans les équations de transition, à des retards du vecteur d'état dont l'ordre serait supérieur à 1.

12. Compte tenu de la spécification retenue, σ^2_{gapunr} dépend lui-même des coefficients α_{unr}, $\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}$ et σ^2_{unr}.

13. Pour une présentation détaillée des données utilisées, voir annexe V.

critères. Nous proposons ici d'en retenir quatre, qui correspondent aux principaux critères usuellement retenus dans les études empiriques pour l'évaluation des méthodes d'estimation des écarts de production [14].

L'analyse des statistiques descriptives des estimations économétriques et des évaluations de l'écart de production permet en premier lieu d'évaluer l'impact de l'intégration des relations économiques sur l'évaluation de l'écart de production. Il s'agit dans ce cadre d'évaluer dans quelle mesure l'utilisation d'une méthode multivariée conduit ou non à réviser sensiblement le diagnostic conjoncturel sur le positionnement de la zone euro dans le cycle en comparaison d'une méthode univariée.

Les modèles espace-état fournissent par ailleurs plusieurs indicateurs intéressants. Il est ainsi possible de tirer des variances fournies par le filtre de Kalman des intervalles de confiance, et donc d'*évaluer la capacité du filtre HPMV multivarié à fournir des évaluations de l'écart de production éventuellement plus précises que le filtre univarié*. L'évaluation de ce critère est menée pour les estimations lissée et filtrée de l'écart de production [15]. Ce critère consiste donc à évaluer la fiabilité du diagnostic conjoncturel délivré par le filtre, tout particulièrement en fin de période. En suivant Hamilton (1986), l'incertitude se décomposera en une incertitude paramétrique et en une incertitude filtrée (voir annexe II pour plus de détails).

Pour évaluer la capacité éventuelle du filtre multivarié à mieux dissocier les chocs d'offre des chocs de demande en fin de période, il est également intéressant d'étudier *les propriétés de révision des estimations*. Compte tenu de la difficulté à obtenir des jeux de données en temps réel, les révisions considérées ici mesurent l'écart entre estimations finales (lissées) et estimation « en temps quasi réel »[16]. Ces révisions incorporent la possible instabilité des paramètres estimés et la difficulté à estimer la production potentielle sans disposer d'observations futures. Elles ne tiennent donc pas compte des révisions des données (entre comptes provisoires et comptes définitifs), mais il faut garder en tête que cet effet représente une source importante de révision des évaluations de l'écart de production (voir par exemple Orphanides et van Norden 1999).

14. Voir par exemple Camba-Mendez et Rodriguez-Palenzuela (2001) et Cette (2002).

15. Dans un modèle espace-état, l'estimation lissée à la date t d'une variable cachée prend en compte les dernières données disponibles (ici en 2002:4), aussi bien pour l'estimation des paramètres que de la variable cachée. En revanche, l'estimation filtrée à la date t d'une variable cachée prend en compte les dernières données disponibles (ici en 2002:4) pour l'estimation des paramètres, mais uniquement les variables observées jusqu'à cette même date t pour ce qui est de l'estimation de la variable cachée. Voir annexe III pour plus de détails sur les différents types d'estimation utilisables dans le cadre des modèles espace-état.

16. Les estimations en temps quasi réel correspondent à des estimations récursives utilisant les dernières données disponibles, aussi bien pour l'estimation des paramètres que des variables cachées. Pour une présentation succincte de la typologie des sources de révision proposée par Orphanides et Van Norden (1999), voir annexe III.

Enfin, puisque que l'un des objectifs de l'utilisation de méthodes multivariées est de fournir des évaluations de l'écart de production censées informer sur les tensions inflationnistes à venir, il est intéressant de pouvoir juger du pouvoir explicatif du filtre HPMV sur l'inflation. Deux approches sont alors possibles. La première consiste à évaluer *la capacité prédictive sur l'inflation hors échantillon* [17] du modèle retenu par rapport à un modèle naïf de prévision d'inflation, pour lequel on retient généralement une forme autorégressive ou une marche aléatoire. La qualité prédictive des modèles est évaluée avec les critères de RMSE (« Root Mean Squared Error ») et la performance du modèle par rapport au modèle naïf peut être appréciée par le test de Diebold Mariano [18]. La seconde consiste a évaluer la capacité du modèle à être un bon indicateur avancé des tensions inflationnistes à venir (Stock et Watson 1999). Elle est plus spécifiquement adaptée à la comparaison de modèles de structures différentes (comme le seraient par exemple un modèle vectoriel autorégressif et un HPMV), et n'a donc pas été retenue ici.

Principales propriétés des évaluations

L'analyse des statistiques descriptives des estimations économétriques et des évaluations de l'écart de production (tableaux 1 et 2 en annexe VI, graphique 1) suscite deux principales remarques.

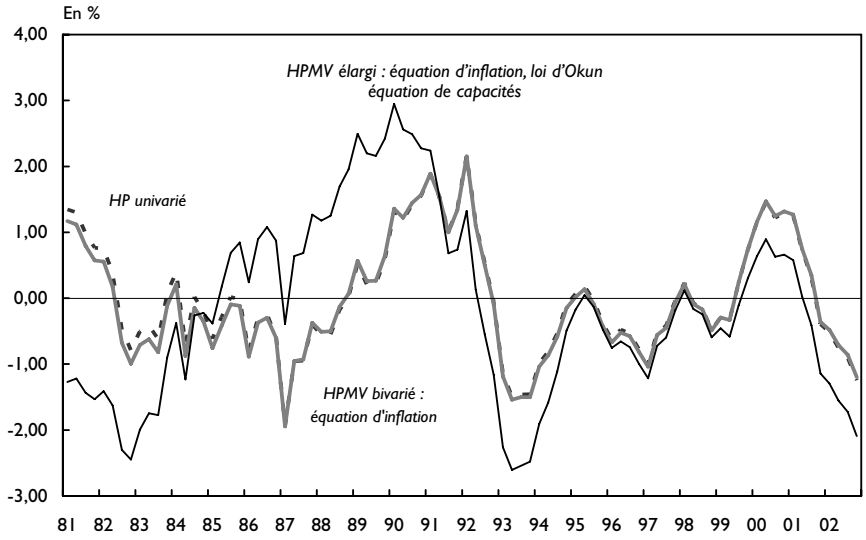
Il apparaît en premier lieu difficile de faire ressortir un impact significatif de l'écart de production sur l'inflation lorsque le modèle estimé n'intègre comme relation économique supplémentaire que la seule équation d'inflation (modèle bivarié inflation-chômage, tableau 1). Ceci est dû au fait que la procédure d'estimation retenue ici, qui consiste à estimer l'ensemble des paramètres du filtre HPMV dans un cadre intégré, à l'exception du paramètre de lissage , débouche sur des évaluations de l'écart de production qui sont quasiment identiques à celles fournies par le filtre HP univarié (graphique 1). Ce résultat confirme la relative mauvaise performance du filtre HP univarié à contenir de l'information sur les tensions inflationnistes [19]. De ce point de vue, le tableau 1 met donc en évidence l'intérêt des modèles HPMV qui intègrent d'autres sources d'information sur l'écart de production (capacités de production, chômage), dans la mesure où ils débouchent sur de plus faibles résidus de l'équation d'inflation.

17. Les prévisions de l'inflation sont calculées hors de l'échantillon à horizon $t+1$, en utilisant des estimations de l'écart de production en temps quasi réel, de manière à ne pas utiliser d'information future sur l'inflation. Une autre approche consiste à réécrire le modèle espace-état en considérant l'information future sur l'inflation comme manquante (Rünstler, 2002).

18. Voir annexe IV pour une description de la statistique et du test de Diebold Mariano. D'autres tests peuvent être utilisés (Camba-Mendez et Rodriguez-Palenzuela, 2001).

19. Sur ce point, se référer par exemple à Chagny et Döpke (1001) pour une analyse empirique comparée appliquée à la zone euro sur la même période.

1. Comparaison des écarts de production



Source : Calculs de auteurs.

En second lieu, et comme dans d'autres études empiriques sur le filtre HPMV, il ressort que l'intégration de plusieurs relations économiques additionnelles peut conduire à modifier sensiblement les évaluations de l'écart de production (tableau 2 en annexe VI et graphique 1). Les évaluations fournissent en effet dans ce cas des écarts de production et des tendances plus volatiles que dans le cas du filtre HP univarié ou du filtre HPMV bivarié (PIB, inflation). Elles font ressortir un excès de demande plus important à la fin des années 1980, et un excès d'offre plus important au moment de la récession du début des années 1990. Pour la période récente, l'intégration de plusieurs relations économiques conduit à une appréciation de la situation conjoncturelle assez différente de celle produite par le filtre HP univarié et le filtre HPMV bivarié. L'estimation fait ainsi ressortir de moindres tensions sur la demande au point haut du cycle de la fin des années 1990. Au premier trimestre 2000, l'écart de production évalué par le filtre HPMV se monte à 0,9 %, contre 1,5 % avec le filtre HP univarié. Plusieurs explications peuvent être avancées. Le filtre tient d'une part compte du fait que la période de forte croissance de la fin des années 1990 s'est produite dans un contexte de décélération de l'inflation (graphique 2) [20].Il considère également que le recul du taux chômage

20. Le poids de l'équation d'inflation est plus élevé dans le cas du filtre HPMV intégrant plusieurs relations économiques que dans le cas du modèle HPMV bivarié inflation/chômage (voir sur ce point le tableau 5, commenté ci-dessous).

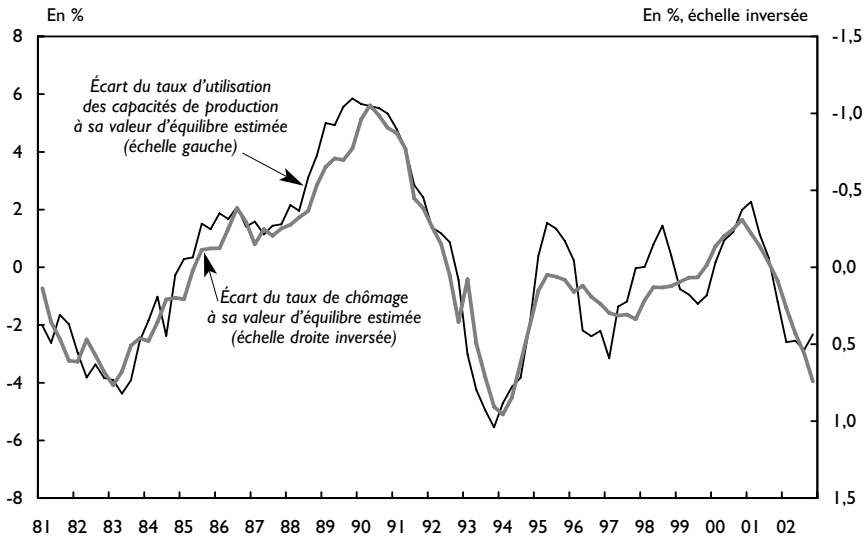
engagé en 1998 est pour une bonne part[21] d'ordre structurel (graphique 3). Ces éléments contrebalancent l'apparition de tensions sur les capacités de production manufacturières, et conduisent le filtre à attribuer une part plus importante des fluctuations du PIB à des éléments structurels. Ceci se traduit par une nette accélération de la croissante tendancielle en 1998-1999 : fin 1999, la croissance tendancielle de la zone euro est estimée par le filtre HPMV intégrant plusieurs relations économiques à 2,7 % en rythme annuel, contre 2,4 % seulement avec le filtre HP univarié. Mais entre la fin 1999 et la fin 2002, l'utilisation du filtre HPMV élargi aux équations d'Okun et de capacités conduit à un infléchissement plus marqué du rythme de croissance tendanciel, de sorte que le rythme de croissance potentiel à la fin 2002 est à peine supérieur à celui du filtre HP univarié (2,1 contre 2 %). C'est donc essentiellement parce que l'on part d'un niveau de tensions plus bas début 2000 que le creux conjoncturel est plus marqué fin 2002 avec le filtre HPMV.

2. Glissement annuel de l'indice des prix à la consommation

Sources : Eurostat, Instituts statistiques nationaux.

21. Sur les 2,5 points de baisse du taux de chômage entre 1998 et 2001, 2 points s'expliquent avec ce filtre HPMV par une baisse du taux de chômage d'équilibre et seulement 0,5 point par une baisse du cycle du chômage.

3. Cycle du chômage et du taux d'utilisation des capacités de production



Sources : Commission européenne, Eurostat, calculs des auteurs.

Évaluation des estimations des écarts de production

Le tableau 3 permet tout d'abord de quantifier la précision des estimations discutées précédemment, ainsi que l'ampleur des révisions qu'elles peuvent subir. Un premier groupe d'indicateurs identifie les deux sources d'incertitude autour des estimations lissées et filtrées (l'incertitude paramétrique et l'incertitude filtrée). Un second groupe reporte les écarts-types des écarts de production, ce qui permet d'évaluer avec des statistiques de Student l'importance des erreurs par rapport à l'amplitude du cycle. Enfin, un dernier indicateur résume les révisions en temps quasi réel, mesurées sur la base d'estimations récursives sur la période 1997:1 à 2002:4.

L'analyse des résultats présentés dans le tableau 3 fait tout d'abord ressortir que l'utilisation d'un filtre HP univarié produit des écarts de production généralement significatifs en milieu d'échantillon, c'est-à-dire lorsque l'on dispose d'un recul suffisant (statistique de Student de 3,22 pour les estimations lissées). Ce filtre fournit donc des informations utiles sur les différentes phases conjoncturelles qu'a connues la zone euro par le passé. En revanche, l'estimation filtrée de l'écart de production n'est pas significativement différente de zéro avec le filtre HP univarié (statistique de Student de 1,74 pour l'estimation filtrée). Autrement dit, ce filtre n'est pas en mesure d'informer les autorités de politique économique en temps réel. Ce problème de fin

d'échantillon renvoie à la difficulté du filtre univarié à distinguer les chocs d'offre des chocs de demande, lorsque la seule différence identifiable entre ces chocs réside dans la durée future de leurs effets.

L'utilisation du filtre HPMV conduit à des erreurs-types des estimations semblables à celle du filtre HP, qu'elles soient lissées (0,27 dans les deux cas) ou filtrées (0,57 contre 0,54 avec le HP univarié). Le gain en incertitude filtrée est en effet compensé par un surplus d'incertitude paramétrique. Mais, les écarts-types lissés et filtrés de l'écart de production étant plus élevés avec le filtre HPMV (1,39 et 1,49) qu'avec le filtre HP (0,87 et 0,93), les estimations par un filtre HPMV de l'écart de production sont généralement significatives, au milieu comme en fin d'échantillon (les statistique de Student valent 5,15 et 2,61 pour les estimations lissées et filtrées). L'ajout d'information économique supplémentaire permet donc au modèle HPMV de déboucher sur un diagnostic plus tranché que le filtre HP en milieu et surtout en fin d'échantillon.

Pour mieux prendre en compte les propriétés de fin d'échantillon des filtres HP et HPMV, ces filtres ont été également estimés « en temps quasi réel » entre 1997:1 et 2002:3 [22]. L'écart entre ces estimations et les estimations finales, ou lissées, permet d'évaluer l'impact global de l'instabilité des paramètres et de la difficulté du partage entre tendance et cycle. Cette analyse confirme la plus grande précision du filtre HPMV en fin d'échantillon. L'écart-type des révisions est en effet nettement plus faible avec le filtre HPMV (0,42) qu'avec le filtre HP (0,68).

Le tableau 4 montre que l'utilisation du filtre HPMV permet en outre une meilleure prise en compte des tensions inflationnistes à venir. Lorsqu'elle est comparée à un modèle naïf de prévision (marche aléatoire), l'hypothèse nulle d'équivalence de pouvoir prédictif est en effet rejetée par le test de Diebold-Mariano au seuil de 5 %. En comparaison à un modèle auto-régressif d'ordre 2, seul le modèle HPMV élargi aux équations d'Okun et de capacités fournit de meilleures prévisions, selon le test de Diebold-Mariano à un seuil de 10 %. À défaut de fournir une explication des évolutions de l'inflation, comme le ferait une méthode structurelle, les estimations accompagnent donc les mouvements de l'inflation. En ce sens, elles sont plus conformes à la représentation de l'écart de production comme indicateur des tensions entre la demande et l'offre.

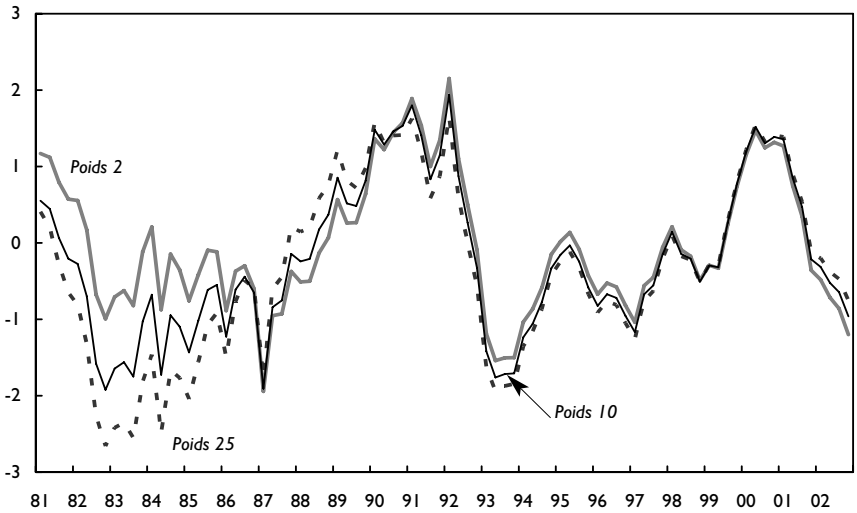
Les tableaux 5 à 8 montrent enfin l'intérêt d'utiliser un cadre espace-état pour l'estimation du filtre HPMV. Lorsque les poids des relations économiques sont estimés, ils débouchent sur des niveaux

22. Les estimations en temps « quasi réel » n'ont pas été menées avant 1997:1, de manière à conserver un échantillon suffisamment grand pour l'estimation du modèle espace-état associé au filtre HPMV.

assez proches des valeurs retenues dans les études empiriques, en particulier pour l'équation d'inflation et l'équation de capacité de production (tableaux 5 et 6). Mais les évaluations peuvent s'avérer assez sensibles à la valeur des poids retenus, lorsque ceux-ci sont fixés arbitrairement (tableaux 7 et 8, graphique 4). Imposer au filtre d'accorder arbitrairement plus de poids à l'équation d'inflation dans un modèle HPMV bivarié n'intégrant comme équation supplémentaire que cette relation économique débouche sur des évaluations de l'écart de production suggérant un excès d'offre plus important lors des phases de forte décélération de l'inflation (première moitié des années 1980, et dans une moindre mesure début des années 1990), et, de manière symétrique, un excès de demande plus important lors des phase de forte accélération du rythme de l'inflation, comme dans la seconde moitié des années 1980.

Cet effet résulte du fait que la fixation arbitraire d'un poids de l'équation d'inflation supérieur à celui qui résulte de l'estimation jointe de tous les paramètres conduit à un résidu de l'équation d'inflation plus faible, associé à une valeur plus élevée du coefficient de l'écart de production dans l'équation d'inflation. Assez logiquement, l'augmentation du poids de l'équation d'inflation conduit le filtre à contenir plus d'information sur les tensions inflationnistes : le ratio du RMSE du modèle basé sur un poids de 25 et des RMSE des deux modèles naïfs de prévision d'inflation est ainsi le plus faible parmi les estimations présentées dans cet article. Mais le gain obtenu du côté de l'inflation est obtenue au prix d'une incertitude plus grande sur le niveau de l'écart de production. Le rapport entre l'erreur type et l'écart type des évaluations de l'écart de production se monte en effet à plus de 44 % avec un poids fixé de 25, contre 33 % lorsque le poids est estimé. En dépit d'une amplitude plus élevée de l'écart de production pour le modèle de poids 25 (écart-type de 1,17 contre 0,88 pour un poids estimé à 2), l'erreur-type globale augmente fortement (0,45 contre 0,28). La statistique de Student est donc fortement réduite (2,60 contre 3,14 pour un poids estimé à 2) et l'écart de production reste significatif. En conclusion, il est possible d'augmenter la qualité des prévisions d'inflation en montant le poids de son équation mais au prix d'une moindre précision des estimations de l'écart de production.

4. Comparaison des écarts de production avec différents poids pour l'équation d'inflation



Source : Calculs de auteurs.

Conclusion

Cet article présente une estimation de l'écart de production dans la zone euro par un filtre HPMV. Il propose de plus d'appliquer une méthode alternative d'estimation. Le filtre HPMV est reformulé comme un modèle espace-état, qui peut ensuite s'estimer avec le filtre de Kalman et l'algorithme EM. À la différence des autres études empiriques sur le filtre HPMV, cette méthode présente l'avantage d'estimer tous les paramètres des équations économiques plutôt que de les calibrer, ce qui augmente la précision des estimations de l'écart de production.

Lorsque sont ajoutées une loi d'Okun et une équation de capacités, le filtre HPMV modifie sensiblement le diagnostic conjoncturel pour la zone euro par rapport aux évaluations fournies par un filtre HP univarié. En particulier, les estimations débouchent fin 2002 sur un excès d'offre de 2 % du PIB avec le filtre HPMV contre 1 % avec un filtre HP univarié. Une croissance annuelle de 3 % serait alors nécessaire pendant deux ans pour revenir au potentiel de production, contre 2,5 % avec le filtre HP univarié.

Les résultats du filtre HPMV présentent un certain nombre d'avantages relativement à ceux du filtre HP univarié. L'écart de production connaît des révisions nettement moins importantes avec un filtre

HPMV, ce qui est utile dans un contexte d'analyse conjoncturelle. De plus, la capacité prédictive de l'écart de production sur l'inflation est meilleure avec le filtre HPMV. Cet écart de production constitue donc un meilleur indicateur des tensions inflationnistes.

Un certains nombre d'améliorations sont envisageables pour de futurs travaux. Il est notamment possible d'utiliser le filtre HPMV dans un cadre de référence plus structurel, que ce soit par l'estimation par un filtre HPMV des différentes composantes d'une fonction de production, ou par l'intégration d'un modèle structurel de détermination du taux de chômage d'équilibre. Par ailleurs, la généralité et la flexibilité des modèles à composantes inobservables permettrait de relâcher certaines hypothèses normatives, notamment sur le ratio de variances et la corrélation entre le cycle et la tendance. Cela déboucherait sur une représentation moins arbitraire du partage entre chocs d'offre et chocs de demande. Une corrélation non nulle présenterait de plus l'avantage de prendre en compte les effets d'hystérèse agissant sur le marché du travail.

Références bibliographiques

BANQUE DE FRANCE, 2002 : « Croissance potentielle et tensions inflationnistes », *Bulletin de la Banque de France,* n° 103.

BAXTER M. and R.G. KING, 1995 : *Measuring Business Cycles: Approximate Band-pass Filters for Economic Time Series*, NBER Working Paper, n° 5022.

BOONE L., 2000 : *Alternative Methods to Estimate Unobserved Variables : the HPMV and Kalman Filters Approaches*, OECD Economic Department, Working Paper, n° 240.

BOONE L., M. JULLIARD, D. LAXTON, et P. N'DIAYE, 2001 : *How Well Do Alternative Time-Varying Parameter Models of the NAIRU Help Policymakers Forecast Unemployment and Inflation in the OECD Countries ?,* IMF mimeo.

BOUTHEVILLAIN C., 2002 : « Filtre de Hodrick-Prescott et choix de la valeur du paramètre ? », *Banque de France, Notes d'étude et de recherche,* n° 89.

BUTLER L.,1996 : « A Semi-structural Method to Estimate Potential Output : Combining Economic Theory With a Time-Series Filter », *Bank of Canada Technical Report*, n° 76.

CAMBA-MENDEZ G. et D. RODRIGUEZ-PALENZUELA, 2001 : *Assessment Criteria for Output Gap Estimates*, ECB Working Paper, n° 54.

CETTE G., 2002 : « Croissance potentielle, positionnement de l'économie dans le cycle et tensions inflationnistes », *Bulletin de la Banque de France,* n° 103.

CHAGNY O. et J. DÖPKE, 2001 : « Measures of the Output Gap in the Euro-zone: an Empirical Assessment of Selected Methods » Vierteljahreshefte zur Wirtschaftsforschung, n° 70.

CHAGNY O., F. REYNES et H. STERDYNIAK, 2002 : « Le taux de chômage d'équilibre. Discussion théorique et évaluation empirique », *Revue de l'OFCE,* n° 81.

CONWAY P. et B. HUNT, 1997 : *Estimating Potential Output: a semi-structural approach*, Reserve Bank of New Zealand, Discussion Paper, n° 9.

CÔTÉ D. et D. HOSTLAND, 1993 : « Measuring Potential Outupt and the NAIRU as Unobserved Variables in a Systems framework », Economic Behaviour and Policy Choice Under Price Stability : *Proceedings of a Conference Held at the Bank of Canada*.

DE BROUWER G.,1998 : *Estimating Output Gaps*, Reserve Bank of Australia Research Discussion Paper, n° 9.

DIEBOLD F.X. and R.S. MARIANO, 1995 : « Comparing Predictive Accuracy », *Journal of Business and Economic Statistics*, 13.

FAGAN G., J. HENRY, R. MESTRE, 2001 : *An area-wide model (AWM) for the Euro area*, European Central Bank, Working Paper, n° 42.

GORDON R.J., 1997, « The Time Varying NAIRU and its Implications for Economic Policy », *Journal of Economic Perspectives*, vol. 11.

HALTMAIER J.,1996 : *Inflation-adjusted Potential Output*, Board of Governors of the Federal Reserve System International Finance, Discussion Papers, n° 561.

HAMILTON J.D., 1986 : « A Standard Error for the Estimated State Vector of a State-Space Model », *Journal of Econometrics,* n° 52.

HARVEY A. C., 1985 : « Trend and Cycles in Macroeconomic Time Series », *Journal of Business and Economic Statistics*, n° 3.

KING R.G. et S.T. REBELLO, 1993 : « Low Frequency Filtering and Real Business Cycles », *Journal of Economic Dynamics and Control*, vol. 17, n° 1/2.

LAXTON, D., and R. TETLOW, 1992 : « A Simple Multivariate Filter for the Measurement of Potential Output », *Bank of Canada Technical Report,* n° 59.

LEMOINE M. et F. PELGRIN, 2003 : « Introduction aux modèles espace-état, au filtre de Kalman et applications », *Revue de l'OFCE,* n° 86.

NELSON C.R. et C.I. PLOSSER, 1982 : « Trends and Random Walks in Macro-economic Time Series », Journal of Monetary Economics, n° 10.

OKUN, A., 1962 : « Potential GDP: Its Measurement and Significance », American Statistical Association, *Proceedings of the Business and Economic Statistics* Section: 98-103, Washington.

ORPHANIDES A. et S. VAN NORDEN, 1999 : « The Reliability of Output Gap Estimates in Real-time », Board of Governors of the Federal Reserve System Finance and Economics Discussion Series.

RAZZAK W. et R. DENNIS, 1995 : *The Output Gap Using the Hodrick-Prescott Filter Wirh a Non Constant Parameter : an Application to New Zealand*, Reserve Bank of New Zealand, Discussion Paper, n° 695/8.

RÜNSTLER G., 2002 : *The Information Content of Real-time Output Gap Estimates. An Application to the Euro Area*, ECB Working Paper.

ST AMANT P. et S. VAN NORDEN, 1997 : « Measurement of the output-gap : a discussion of recent research at the Bank of Canada », *Bank of Canada Technical Report*, n° 79.

STOCK J.H. et M.W. WATSON, 1999 : « Aggregate Dynamics and Staggered Contracts », *Journal of Political Economy*, n° 88.

ANNEXE 1

Écriture d'un filtre HPMV sous la forme d'un modèle espace-état

Si le filtre HP univarié décompose une série temporelle en une tendance et un cycle en minimisant simultanément la variance du cycle et le degré de lissage de la tendance, le filtre HPMV ajoute divers objectifs supplémentaires dans un programme d'optimisation plus général (Laxton et Tetlow, 1992). De plus, les poids des divers objectifs peuvent évoluer au cours du temps. Dans le cas de l'estimation d'un taux de chômage d'équilibre, Boone (2000) et Boone *et al.* (2001) ont montré que le filtre HPMV, comme le filtre HP, peut être réécrit dans un cadre espace-état. La réécriture espace-état du filtre HPMV est présentée ici dans le cas de l'estimation de la production potentielle. Pour alléger la réécriture, un unique objectif supplémentaire est ajouté aux deux objectifs du filtre HP et les poids des objectifs sont supposés constants. L'objectif supplémentaire consiste donc à minimiser les résidus d'une équation d'inflation [1].

Le programme d'optimisation du HPMV s'écrit alors comme suit :

$$y^*_{t=1:T} = arg\,min\left(\sum_{t=1}^{T}(gap_t)^2 + \lambda\sum_{t=2}^{T-1}\left[(y^*_{t+1}-y^*_t)-(y^*_t-y^*_{t-1})\right]^2 + \mu\sum_{t=1}^{T}\eta^2_{\pi,t}\right) \qquad (1)$$

avec y_t* la production potentielle, $gap_t = y_t - y_t$* l'écart de production. λ et μ sont les poids (positifs) associés respectivement à la contrainte de lissage pénalisant les variations en différence seconde de la croissance potentielle et à la relation économique. La série $\eta_{\pi,t}$ représente les résidus de la relation économique :

$$\pi_t = \alpha.\pi_{t-1} + \beta.gap_t + \gamma S_t + \eta_{\pi,t} \qquad (2)$$

qui relie l'inflation π_t à l'inflation passée π_{t-1}, à l'écart de production et à une variable exogène S_t.

Pour formuler le modèle espace-état associé [2], il convient de définir les variables de mesures, les variables d'état et les équations associées. Le modèle peut ensuite être exprimé de manière condensée sous forme matricielle. Pour le filtre HPMV défini par le programme (1), les variables de mesure considérées sont les variables observées, soient le PIB y_t et l'inflation π_t. Les variables inobservées y_t* et gap_t servent de variables d'état. Par commodité d'écriture [3],une variable d'état supplémentaire g_t* est également ajoutée pour la valeur retardée de y_t*.

1. Ce critère a été retenu dans toutes les applications du filtre HPMV.
2. Pour une introduction aux concepts et méthodes associés aux modèles espace-état, voir Lemoine et Pelgrin (2003) dans ce même numéro.
3. Ajouter ce retard comme variable d'état permet de définir des équations de transition ne dépendant que des retards d'ordre 1 des variables d'état.

Le premier système d'équations (équations de transition) explicite le processus suivi par les variables d'état (inobservables). Comme pour le filtre HP, le cycle gap_t suit un bruit blanc de variance σ^2_{gap} :

$$gap_{y,t} = \varepsilon_t^{gap} \tag{3}$$

et la tendance y_t^* suit un modèle de « tendance douce » (Harvey, 1985) dont les innovations suivent un bruit blanc de variance $\sigma^2_{\Delta\Delta y^*} = \sigma^2_{gap} / \lambda$:

$$\Delta y_t^* = \Delta y^*_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta\Delta y^*} \tag{4}$$

Ce modèle peut se réécrire en fonction de y_t^* et g_t^* :

$$y_t^* = 2y^*_{t-1} - g^*_{t-1} + \varepsilon_t^{\Delta\Delta y^*} \tag{4'}$$

$$g_t^* = y^*_{t-1} \tag{5}$$

Le second système d'équations (équations de mesure), relie les variables de mesure aux variables d'état et aux variables exogènes :

$$y_t = y_t^* + gap_{y,t} \tag{6}$$

$$\pi_t = \alpha.\pi_{t-1} + \beta gap_t + \gamma S_t + \eta_{\pi,t}, \tag{7}$$

avec les résidus de l'équation d'inflation ayant pour variance $\sigma^2_\pi = \sigma^2_{gap} / \mu$

En reprenant les équations d'état et de mesure précédentes (3, 4', 5, 6 et 7), la forme matricielle du modèle espace-état associé au programme d'optimisation (1) s'écrit comme suit :

$$\left.\begin{aligned} SV_t &= ASV_{t-1} + \varepsilon_t \text{ (équation d'état)} \\ MV_t &= C.SV_t + D.EMV_t + \eta_t \text{ (équation de mesure)} \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

avec :

— Le vecteur d'état : $SV_t = (y_t^*, g_t^*, gap_t)$,
— Le vecteur de mesure $MV_t = (y_t, \pi_t)'$
— Le vecteur de mesure exogène $EMV_t = (S_t, \eta_{t-1})$
— Le vecteur $(\varepsilon_t, \eta_t)'$, processus gaussien i.i.d.
— Les matrices :

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix},\ D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & \alpha \end{bmatrix} \tag{9}$$

Où $\eta'_t = (0, \eta_{\pi,t})$, $V(\eta_t) = R = diag(0, \sigma^2_\pi)$, $\varepsilon'_t = (\varepsilon_t^{\Delta\Delta y^*}, 0, \varepsilon_t^{gap})$, $V(\varepsilon) = diag(\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}, 0, \sigma^2_{gap}) = Q$, avec les contraintes

$$\lambda = \frac{\sigma^2_{gap}}{\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}},\quad \mu = \frac{\sigma^2_{gap}}{\sigma^2_\pi}.$$

ANNEXE II

Précision d'un écart de production dans un modèle espace-état

La mesure précise de la production potentielle et de l'écart de production constitue un défi majeur de politique économique. Mesurer la précision d'une estimation revient à identifier l'incertitude qui les entoure, de manière à construire ensuite des intervalles de confiance. Le filtre HPMV étant reformulé dans un cadre espace-état, l'incertitude autour de l'écart de production peut être évaluée selon la procédure décrite dans Hamilton (1986). L'incertitude autour de l'estimateur d'une variable d'état, ici l'écart de production, connaît deux sources, l'incertitude paramétrique et l'incertitude filtrée :

$$E\big(gap_{t,t}(\theta^*) - gap_t(\theta)\big)^2 = E\big(gap_t(\theta^*) - gap_t(\theta)\big)^2 + \Sigma_{t,t}(\theta^*)$$

avec $gap_{t,t}(\theta^*)$ l'écart de production estimé à l'instant t, connaissant le PIB observé jusqu'à la date t et l'estimateur des paramètres θ^*. Le vecteur θ des paramètres contient les coefficients des équations économiques, les variances des résidus de ces équations et la variances des innovations du cycle. La variance $\Sigma_{t,t}(\theta^*)$ correspond à l'incertitude filtrée et le terme de gauche correspond à l'incertitude paramétrique qui sera notée à l'avenir $\Sigma^P_{t,t}(\theta^*)$.

L'incertitude filtrée est fournie directement à chaque date t par le filtre de Kalman. L'incertitude paramétrique doit être calculée séparément avec une procédure de Monte-Carlo en trois étapes qui consistent à :

— tirer K jeux de paramètres $(\theta_K)_{k=1\ldots K}$ selon la loi $N(\theta^*, \sigma^2_{\theta^*})$.

— estimer avec un filtre de Kalman K écarts de production associés $gap_{t,t}(\theta_K)$.

— calculer l'incertitude paramétrique comme la moyenne empirique des carrés des erreurs

$$\Sigma^P_{t,t} = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K}\Big[gap_t(\theta_k) - gap_t(\theta^*)\Big]^2$$

De plus, la précision des estimations en fin d'échantillon peut être étudiée en comparant les estimations filtrées $gap_{t,t}(\theta^*)$ dont les décideurs de politique économique disposent presque en temps réel [1] et les estimations lissées $gap_{T,t}(\theta^*)$ qui ne peuvent être obtenues qu'en fin d'échantillon. Cette comparaison passe par l'évaluation de l'incertitude globale [2] qui entoure chaque estimation. Il s'avère alors généralement que l'estimation lissée permet de réduire fortement l'incertitude.

1. Ne sont pas considérées ici les deux autres sources d'incertitude qui interviennent en temps réel : l'instabilité paramétrique au cours du temps et les révisions de données.

2. En reprenant les mêmes notations que dans le cas filtré, l'incertitude globale entourant l'estimation lissée est composée de l'incertitude filtrée $\Sigma_{T,t}(\theta^*)$ et de l'incertitude paramétrique $\Sigma^P_{T,t}(\theta^*)$.

ANNEXE III

Types de révision pouvant affecter les estimations

Dans le cadre des modèles espace-état, Orphanides et Van Norden (1999) proposent de comparer quatre type d'estimations pour évaluer l'impact des révisions :

— Les estimations finales (« *final estimates* ») utilisent les dernières données disponibles. Elles correspondent aux estimations lissées d'un modèle espace-état.

Les estimations en temps réel (« *real time estimates* ») fournissent une estimation de la production potentielle à la date t, en n'utilisant que les données disponibles jusqu'à la date t.

— Les estimations en temps quasi réel (« *quasi real time estimates* ») correspondent à des estimations récursives, basées sur l'utilisation des dernières données disponibles. À la différence des estimations en temps réel, elles ne tiennent donc pas compte des révisions des données (entre comptes provisoires et comptes définitifs).

— Dans le cadre des modèles espace-état, il est possible d'identifier un dernier type d'estimation (estimations quasi finales, « *quasi final estimates* »), fondées sur l'utilisation des données les plus récentes pour l'estimation des paramètres, et sur des estimations récursives pour les variables d'état. Ces estimations correspondent aux estimations filtrées d'un modèle espace-état.

La comparaison des estimations en temps réel et en temps quasi réel reflète l'effet des révisions des données sur l'évaluation de l'écart de production. La comparaison des estimations quasi finales et quasi réelles reflète l'instabilité paramétrique du modèle sous-jacent, alors que la différence entre les estimations quasi finales et finales reflète l'importance de l'information *ex post* pour l'évaluation de l'écart de production.

ANNEXE IV

Test de Diebold Mariano

Le but du test de Diebold-Mariano est d'évaluer la capacité prédictive sur une variable y d'un modèle M en comparaison avec un modèle naïf M_0. Supposons que l'échantillon des y_t utilisés pour estimer M et M_0 finisse à la date T. Considérons le cas où sont réalisées pour chaque modèle N prévisions hors-échantillon à un horizon n.

Pour évaluer la capacité prédictive des modèles M et M_0, on considère leurs N erreurs de prévision $(\eta_{MT+n+,i})_{i=1\ldots N}$ et $(\eta_{0,T+n+i,})_{i=1\ldots N}$ et on construit les écarts entre les carrés des erreurs de prévision $(d_i = \eta^2_{0,T+n+i} - \eta^2_{M,T+n+i})_{i=1\ldots N}$. Si le modèle M est meilleur que le modèle M_0, cet écart devrait être en moyenne positif. Si les modèle M et M_0 ont la même capacité prédictive sur y, cet écart devrait être nul en moyenne.

Pour tester l'hypothèse nulle d'une même capacité prédictive sur y des deux modèles, Diebold et Mariano (1995) proposent de calculer la statistique S_{DM} :

$$S_{DM} = \frac{\bar{d}}{\sqrt{V(\bar{d})}} \; avec \; \bar{d} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d_i \; et \; V(d_i) = \frac{1}{N}\left(\gamma_0 + 2\sum_{i=1}^{N}\gamma_i\right)$$

où les $(\gamma_i)_{i=1\ldots n\text{-}1}$ sont les auto-covariances estimées pour les séries d'erreurs de prévision. La statistique S_{DM} suit asymptotiquement une loi N(0,1) et l'hypothèse nulle doit donc être rejetée au seuil de 5 % lorsque S_{DM} dépasse la valeur critique 1,96.

ANNEXE V

Description des données

Les estimations portent sur les données trimestrielles agrégées de la zone euro hors Grèce (UE11). La période d'estimation couvre les années 1980-2002. Le choix de cette période a été motivé par le souhait d'utiliser autant que possible les données du Système européen des comptes de 1995 (SEC95).

L'inflation est calculée sur la base des indices de prix à la consommation harmonisés publiés par Eurostat. Pour les années antérieures à 1990, les indices de prix sont rétropolés à partir des indices nationaux. La correction des variations saisonnières est réalisées avec X12 Arima. La série de taux d'utilisation provient de la Commission européenne. Elle a été rétropolée pour les années antérieures à 1991 sur la base de la série relative à l'Union européenne (UE15). La série de PIB aux prix de 1995 provient de l'agrégation des comptes nationaux publiés par Eurostat. Elle est corrigée des variations saisonnières et des jours ouvrables. Elle a été rétropolée le cas échéant sur la base des séries de PIB publiées par les offices statistiques nationaux. Pour éviter le saut lié à la réunification, la série de PIB de l'Allemagne de l'Ouest a été chaînée à celle de l'Allemagne réunifiée, en utilisant les nouvelles séries trimestrielles compatibles avec le SEC95. La série de taux de chômage harmonisé publié par Eurostat a été rétropolée pour les années antérieures à 1997 sur la base des séries trimestrielles du modèle macro-économétrique AWM de la Banque centrale européenne (Fagan *et al.* 2001). La série de déflateur des importations provient également du modèle AWM.

ANNEXE VI

Tableaux de résultats

Description des modèles

— **Modèle HP** : filtre HP univarié.

— **Modèle HP-P** : filtre HPMV bivarié : avec équation d'inflation.

— **Modèle HP-P-OK-CAP** : filtre HPMV élargi : avec équation d'inflation, loi d'Okun et équation de capacités productives.

1. Estimation des paramètres des modèles

	Modèle HP	Modèle HP-P	Modèle HP-P -OK-CAP
Équation d'inflation			
π_{t-1}		0,16 (0,08)	0,13 (0,13)
π_{t-2}		0,26 (0,01)	0,26 (0,01)
$y_{t-i} - y^*_{t-i}$		0,03 (0,15)	0,04 (0,01)
S_{t-1}		0,10 (0,00)	0,10 (0,00)
S_{t-2}		– 0,06 (0,01)	– 0,05 (0,01)
σ^2_{π}		3,52e-06 (0,00)	3,26e-06 (0,00)
Loi d'Okun			
$y_t - y^*_t$			– 0,34 (0,00)
σ^2_{unr}			1,73e-06
Équation de capacités de production			
$Y_t - Y^*_t$			2,01 (0,00)
σ^2_{cap}			6,11e-04 (0,00)
Paramètre du HP[a]			
$\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}$	7,4e-08 (0,00)	7,46e-08 (0,00)	3,38e-07

NB : Période d'estimation : 1980:1-2002.4. Entre parenthèses : Probabilité.
a : Le ratio des variances de l'écart de production et de la variation du taux de croissance étant fixé à 1 600, un seul des deux coefficients a été estimé.
Source : Calculs des auteurs.

2. Statistiques descriptives des écarts de production (estimations lissées) [1] (1981:1-2002:4)

	Modèle HP	Modèle HP-P	Modèle HP-P -OK2-CAP
(1) Moyenne	0,02	– 0,03	– 0,14
(2) Écart type	0,87	0,88	1,38
(3) Minimum	– 1,93	– 1,94	– 2,61
(4) Maximum	2,17	2,15	2,95
(5) Taux de croissance actuel de la production potentielle [2]	2,05	2,03	2,14
(6) Écart type du taux de croissance de la production potentielle	0,13	0,13	0,20
(7) Test de racine unitaire pour l'écart de production [3]	– 3,85***	– 3,72***	– 2,64***

1 : Les données des lignes (1) à (6) sont en points de pourcentage. Les taux de croissance ont été annualisés dans la ligne (5).
2 : Calculé comme le taux de croissance de la production potentielle au quatrième trimestre 2002.
3 : Test ADF. Spécification du test : pas de constante, pas de trend déterministe, quatre retards. ***, ** , * signifient un rejet au seuil de 1, 5 et 10 pour cent.
Lecture : Le modèle HP fournit un écart de production stationnaire (ligne 7) de moyenne à peu près nulle (0,02). L'écart de production a varié au cours du temps entre – 1,93 et 2,17 avec un écart-type de 0,87. Le modèle HP fournit une croissance potentielle de 2,05 % en 2002:4 et la croissance potentielle a varié par le passé avec un écart-type de 0,13.
Source : Calculs des auteurs.

3. Précision et révision des écarts de production (1981:1-2000:4)

	Modèle HP	Modèle HP-P	Modèle HP-P -OK-CAP
Erreurs-types autour de l'écart de production			
Estimation lissée			
Incertitude totale	0,27	0,28	0,27
Incertitude filtrée	0,27	0,28	0,25
Incertitude paramétrique	0,00	0,05	0,11
Estimation filtrée			
Incertitude totale	0,54	0,55	0,57
Incertitude filtrée	0,54	0,55	0,53
Incertitude paramétrique	0,00	0,11	0,21
Écarts-types de l'écart de production			
Écart de production lissé	0,87	0,88	1,39
	(3,22)	(3,14)	(5,15)
Écart de production filtré	0,93	0,96	1,49
	(1,74)	(1,75)	(2,61)
Écarts-types des révisions (1997:1-2002:3)			
Révisions en temps quasi-réel	0,68	0,67	0,42

Lecture : D'après la première colonne, lorsque l'estimation est lissée, les erreurs-types réalisées sont de l'ordre de 0,27 et l'écart de production admet *a posteriori* sur l'ensemble de la période une amplitude de l'ordre de 0,87 (écart-type). La statistique de Student ajoutée entre parenthèses 0,87/0,27 = 3,22 rejette alors la nullité globale de l'écart de production. En revanche, lorsque l'estimation est filtrée, l'erreur-type est plus forte (0,54) pour un écart-type comparable (0,93) ; la statistique de Student est plus basse (1,74) et la nullité de l'écart de production ne peut pas être rejetée. En temps quasi-réel, les révisions sont en effet d'une ampleur (0,68) comparable à celle de l'estimation lissée de l'écart de production (0,87). Pour les notions d'estimations lissées, filtrées et en temps quasi-réel, voir annexe III.
Source : Calculs des auteurs.

4. Prévisions d'inflation hors-échantillon (statistiques estimées sur 1997:1-2002:4)

	Modèle naïf : AR(2)				Modèle naïf : marche aléatoire			
	RMSE	RRMSE	Statistique de D-M	P	RMSE	RRMSE	Statistique de D-M	P
Modèle HP-P	0,22	0,91	– 1,13	0,13	0,22	0,74	– 2,61	0,01
Modèle HP-P-OK-CAP	0,20	0,86	– 1,40	0,08	0,20	0,70	– 2,54	0,01
Modèle naïf	0,24	1	0	1	0,24	1	0	1

NB : Le tableau compare la prévision d'inflation à un trimestre (conditionnelle aux estimations lissées) des différents modèles aux prévisions d'inflation à un trimestre de deux modèles étalons (un modèle AR(2) et une marche aléatoire). Le RMSE (« Root Mean Squared Error ») est la racine carrée de la moyenne des carrés des erreurs. Le RRMSE rapporte le RMSE de chaque modèle à celui du modèle naïf concerné. La statistique de D-M est la statistique de Diebold-Mariano (Diebold Mariano, 1995, voir annexe IV). P est la probabilité marginale du test de Diebold-Mariano d'acceptation de l'hypothèse nulle d'équivalence du pouvoir prédictif du modèle et du modèle naïf concerné.
Source : Calculs des auteurs

5. Poids estimés des relations économiques

	Modèle HP	Modèle HP-P	Modèle HP-P -OK-CAP
Équation d'inflation	—	2	10
Loi d'Okun	—	—	310
Équation de capacités de production	—	—	9

NB : Les poids sont calculés pour chaque relation économique comme le ratio de la variance du taux de croissance de l'écart de production et de la variance du résidu de l'équation économique. Pour l'équation d'inflation, les poids sont exprimés sur la base des glissements annuels, afin de pouvoir être comparés aux autres études empiriques.
NB : Période d'estimation : 1980:1-2002:4.
Source : Calculs des auteurs.

6. Poids des relations économiques *

Étude empirique	Valeur du paramètre de lissage du filtre et poids des relations économiques	
	$\frac{\sigma^2_{gap}}{\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}}$	Poids des relations économiques
Laxton et Tetlow (1992)	1 600	1
Butler (1996)	1 600	1
Haltmaier (1996)	1 600	25
Conway et Hunt (1997)	1 600	2
De Brouwer (1998)	1 600	Variances relatives
Côté et Hostland (1993)	Différentes valeurs alternatives testées pour le paramètre de lissage.	

* Les poids présentés dans ce tableau ont été reconvertis le cas échéant pour correspondre à des données annuelles.
Source : Calculs des auteurs.

7. Paramètres estimés avec différentes pondérations de l'équation d'inflation

	Modèle HP-P (poids = 2)	Modèle HP-P (poids = 10)	Modèle HP-P (poids = 25)
Équation d'inflation			
π_{t-1}	0,16 (0,07)	0,12 (0,04)	0,09 (0,09)
π_{t-2}	0,26 (0,13)	0,26 (0,00)	0,26 (0,00)
$Y_{t-1} - Y^*_{t-1}$	0,03 (0,15)	0,06 (0,00)	0,07 (0,00)
S_{t-1}	0,09 (0,00)	0,10 (0,00)	0,10 (0,00)
S_{t-2}	– 0,03 (0,01)	– 0,06 (0,00)	– 0,06 (0,00)
σ^2_{π}	3,52e-06 (0,00)	2,07e-06	1,73e-06 (0,00)
Paramètre du HP			
$\sigma^2_{\Delta\Delta y^*}$	7,46e-08 (0,00)	2,07e-07 (0,00)	4,32e-07 (0,00)

NB : Période d'estimation : 1980:1-2002:4. Entre parenthèses : Probabilité.
Source : Calculs des auteurs.

8. Sensibilité des écarts de production aux pondérations de l'équation d'inflation

Modèles	Écart-type	Erreur type			Prévision d'inflation (RRMSE)	
		Total	Filtrée	Paramétrique	AR(2)	RW
HP-P (poids = 2)	0,88	0,28	0,28	0,05	0,91	0,74
HP-P (poids = 10)	1,00	0,38	0,38	0,08	0,90	0,73
HP-P (poids = 25)	1,17	0,45	0,43	0,12	0,88	0,71

NB : Période d'estimation : 1980:1-2002:4.
Source : Calculs des auteurs.