



HAL
open science

Financement optimal de la solvabilité d'un assureur

Guillaume Plantin

► **To cite this version:**

Guillaume Plantin. Financement optimal de la solvabilité d'un assureur. Bulletin français d'actuariat, 1999, 3 (6), pp.1 - 14. hal-03567754

HAL Id: hal-03567754

<https://sciencespo.hal.science/hal-03567754>

Submitted on 12 Feb 2022

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FINANCEMENT OPTIMAL DE LA SOLVABILITE D'UN ASSUREUR

Guillaume PLANTIN

GREMAQ
Université Toulouse I¹

La détermination d'un plan de réassurance optimal est une des applications les plus classiques de la théorie de la ruine à court terme.

Le processus de choix d'une protection se formalise en effet schématiquement selon les modalités suivantes :

- Les données sont les fonds propres de la compagnie, ainsi que la modélisation stochastique du résultat de sa souscription brute.
- La contrainte est une contrainte de solvabilité, le plus souvent une valeur plafond de la probabilité de ruine, ou, de manière équivalente, une valeur plancher du coefficient de sécurité.
- L'objectif est la minimisation de l'espérance de la charge de réassurance.
- Les variables sont les nature, portée et priorité des différents traités.

Les réflexions sur la réassurance dite « traditionnelle² » correspondent la plupart du temps à une mise en œuvre plus ou moins sophistiquée de ce programme générique.

L'étude présentée ici consiste à optimiser le coût du financement de la solvabilité d'un assureur dans un cadre plus général, en considérant que les fonds propres ne sont pas une donnée, mais une variable au même titre que la réassurance.



Fonds propres et réassurance sont en effet deux modes de financement substitués de la solvabilité de l'assureur. La réassurance est un financement *ex post*³, conditionné par les réalisations les plus extrêmes des risques souscrits, par opposition aux fonds propres qui sont un financement *ex ante* de la solvabilité.

¹ Cette étude a été réalisée dans le cadre de ma scolarité à l'ENSAE.

² par opposition aux traités de lissage, voire «cosmétiques», qui répondent à des objectifs très différents.

³ On se place dans la suite dans un monde parfait où les réassureurs ne font pas défaut.

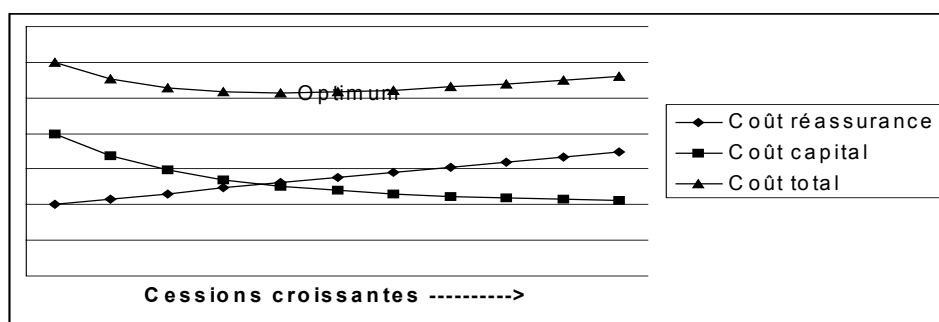
Il s'agit ici de déterminer une coordination optimale, *id est* à moindre coût, de ces deux instruments de financement de la solvabilité.

Le coût du capital est la rémunération qu'attend l'actionnaire, théoriquement dépendante du risque qu'il prend.

Le coût de la réassurance est l'espérance de bénéfice cédé au marché de la réassurance, donc le chargement des primes pures.

Le coût du financement de la solvabilité est la somme du coût du capital et du coût de la réassurance.

Lorsque le volume de cessions augmente, le risque conservé par la cédante diminue. Le besoin de capital et sa rentabilité exigée aussi. Le coût de la réassurance lui augmente. On peut donc s'attendre, sous des conditions de convexité favorables des deux courbes ci-dessous, à trouver un volume de cessions optimal correspondant à une somme minimale de ces deux coûts :



Plus formellement, le modèle d'équilibre des actifs financiers (CAPM) permet de décrire qualitativement la prime de risque exigée pour un actif i :

$$E_i - R_f = \rho_{im} \frac{\sigma_i}{\sigma_m} [E_m - R_f]$$

Plus il cède de risque, plus l'assureur lisse son résultat et diminue son risque propre. Il est en revanche très délicat de cerner l'effet d'une cession sur la corrélation du rendement avec celui du marché. En supposant toutefois que l'ordre de cet effet, quel que soit son sens, est bien inférieur à celui sur le risque propre, la rentabilité exigée par l'actionnaire, donc le coût d'immobilisation du capital, décroît donc bien avec le volume de cessions de l'assureur.

L'étude dont les conclusions sont présentées ci-après visait précisément à mettre en évidence une telle coordination optimale de la réassurance et des fonds propres pour la branche IARD des particuliers d'un groupe d'assurances français, sur la base de ses comptes au 31/12/1995.

Avant de présenter les principaux résultats obtenus, il y a lieu de résumer le jeu d'hypothèses simplificatrices relatives au cas d'espèce étudié :

- i) La branche IARD des particuliers n'est pas une entité juridique au sein du groupe. Le montant des fonds propres qui lui sont affectés n'est donc qu'un choix de gestion interne au groupe. C'est pourquoi on dispose ici d'une marge de manœuvre plus importante sur ce montant que dans le cas d'une société isolée qui devrait procéder à des augmentations ou diminutions réelles de capital. Une autre conséquence de cette situation est que le coût du capital n'est pas directement donné par une relation d'équilibre sur un marché, de type CAPM, mais par l'objectif assigné à la branche par la direction générale. Il s'agit ici de fournir une rémunération du capital alloué⁴ de 15%.
- ii) La contrainte de solvabilité de la branche est exprimée sous la forme d'un coefficient de sécurité simplifié :

$$\frac{\text{Fonds propres}}{\text{Ecart - type de la charge nette}} \geq 4$$

On s'est assuré que cette contrainte de solvabilité conduisait à des niveaux de fonds propres au moins égaux aux minima réglementaires.

- iii) On met en fait en évidence une coordination optimale des fonds propres et de la réassurance pour chacune des catégories grêle, incendie, tempête et automobile. Economiquement, ceci revient à considérer que chacune de ces catégories est une filiale dont le coefficient de sécurité doit excéder 4 mais dont la souscription brute peut être externalisée par la réassurance. On obtient alors pour chacune des catégories les résultats suivants :

⁴ brute d'impôts.

GRÊLE SUR CULTURES

On travaille pour ce risque sur le Stop Loss portant sur les conservations par communes.

Traitement des données

Ce point ne pose pas de problème puisque l'on dispose des taux de sinistres à primes en grêle sur cultures depuis 1971.

Cotation des tranches

On utilise deux méthodes différentes d'estimation des taux de primes pures, donc de la charge cédée.

La méthode des burning costs, la plus simple, consiste simplement à estimer la moyenne de la charge supportée par la tranche sur la sinistralité passée.

La méthode de RAMEL consiste à modéliser le ratio S/P comme une variable aléatoire distribuée selon une loi de Galton dont les paramètres sont estimés avec la méthode des moments. La distribution f s'écrit alors :

$$f(x) = \frac{k}{x\sqrt{\pi}} e^{-k^2 \ln^2\left(\frac{x}{s}\right)}$$

Avec

$$k = \frac{1}{\sqrt{2 \ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{m^2}\right)}}$$

$$s = \frac{m^2}{\sqrt{m^2 + \sigma^2}}$$

m et σ étant les moyenne et écart-type empiriques du S/P.

On obtient alors, lorsque l'on fixe le plafond de la tranche à 160%, les taux purs suivants selon la valeur de la franchise (en % des primes) :

Franchise	90	100	110	120	130	140
Taux pur Ramel	9,79%	7,30%	5,32%	3,74%	2,48%	1,47%
Taux pur B/C	9,70%	7,17%	5,09%	3,49%	2,40%	1,60%

On retient donc comme taux purs les taux RAMEL, d'une part parce qu'ils coïncident de manière relativement satisfaisante avec les taux burning costs, d'autre part parce que le modèle RAMEL est utilisé par la plupart des réassureurs.

Résultats obtenus

Suivant la franchise du Stop Loss, on détermine les coûts du capital et de la réassurance.

Avec une hypothèse de 6% de produits financiers, le coût du capital est égal à 9% du niveau de fonds propres qu'exige un coefficient de sécurité égal à 4 pour le risque conservé.

Le coût de la réassurance est égal au chargement du taux pur. Par exemple :

$$\text{Taux chargé} = \text{Taux pur} (1 + 20\% \text{Ecart-type cédé/Primes})^{1,15}$$

Le premier facteur est un chargement technique. Les réassureurs utilisent dans la pratique des formules diverses mais proches de celle-ci en ce sens qu'elles prennent essentiellement en compte la volatilité cédée.

Le second facteur est le taux de bénéfice cédé au réassureur.

On obtient les résultats suivants :

Franchise	90	100	110	120	130	140
Taux chargé	11,72%	8,68%	6,29%	4,39%	2,90%	1,71%
Coût réassurance	944 645	676 411	473 760	319 990	204 081	116 328
Coût capital	6 462 120	6 640 480	6 791 400	6 928 600	7 052 080	7 175 560
Coût total	7 406 765	7 316 891	7 265 160	7 248 590	7 256 161	7 291 888

On obtient un optimum à 120%. La zone 110-130% est robuste aux variations des paramètres de rendements financiers et de chargement. Ce résultat correspond au niveau de priorité retenu par la société, qui a donc été considéré comme satisfaisant.

INCENDIE*Traitement des données*

On dispose des sinistres incendie depuis 1990. Il convient de les actualiser. On utilise l'indice INSEE du coût de la construction. On obtient ainsi trente sinistres de coût actuel supérieur à 5 MF.

Détermination des taux purs

De même on utilise soit la méthode des burning costs, soit une modélisation statistique de la charge.

La protection de la société portait jusqu'à 180 MF, alors que le sinistre maximum survenu ne dépassait pas les 25 MF. Il convient, lors de la cotation par burning costs, de ne pas céder gratuitement la tranche 155 XS 25. Pour ce faire, on considère que la couverture inutilisée dans le passé doit être payée par le cédant en un certain nombre d'années, le pay-back, que l'on fixe généralement entre 10 et 20 ans pour le risque Incendie. Ce pay-back pour la couverture inutilisée s'ajoute au taux pur déterminé par la charge moyenne actualisée de la tranche pour obtenir un taux pur « burning costs ».

La modélisation statistique de la charge est simple. On modélise la fréquence avec une loi de Poisson, le coût avec une loi de Pareto.

La loi de Poisson présente l'avantage d'offrir une formule simple pour le calcul de l'écart-type des charges cédées et conservées en vertu de la formule :

$$Var(Z) = E(f) \times E(X^2)$$

$E(f)$ est estimé par la méthode du maximum de vraisemblance (moyenne empirique).

La distribution de Pareto de seuil s et de paramètre a est ainsi définie :

$$f(x) = \frac{a}{x} \left(\frac{s}{x} \right)^a \times 1_{\{x \geq s\}}$$

Le seuil retenu ici est le seuil d'information sinistre de 5 MF. Le paramètre a généralement choisi par les réassureurs en incendie est de 1,66. L'estimateur du maximum de vraisemblance appliqué à la sinistralité de la société donne une valeur de 2,11.

La loi de Pareto présente l'avantage d'offrir des formules intégrées faciles à implémenter sur un tableur pour calculer charge et écart-type cédés. Il est inutile de procéder au calcul d'intégrales comme pour la loi lognormale. Ainsi pour une tranche A XS B on trouve avec un paramètre a :

$$E(X - B) = \frac{B - (A + B) \left(\frac{B}{A + B} \right)^a}{\left(\frac{A + B}{B} \right)^{1-a} - 1 - \left(\frac{A + B}{B} \right)^{2-a} - 1}$$

$$E((X - B)^2) = 2B^2 \left(\frac{\left(\frac{A + B}{B} \right)^{1-a} - 1}{a - 1} - \frac{\left(\frac{A + B}{B} \right)^{2-a} - 1}{a - 2} \right)$$

Lorsque a est différent de 1 et 2.

On obtient pour quelques valeurs des franchises les résultats suivants :

Franchise (MF)	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9
----------------	-----	---	-----	---	-----	---	-----	---

Taux pur Pareto 1,66	4,24%	3,98%	3,75%	3,55%	3,37%	3,21%	3,06%	2,93%
Taux pur B/C pay-back 10 ans	4,25%	4,01%	3,80%	3,60%	3,42%	3,26%	3,11%	3,00%
Taux pur Pareto 2,11	2,62%	2,38%	2,17%	1,99%	1,84%	1,71%	1,60%	1,49%

On remarque une bonne proximité des taux purs burning costs et Pareto 1,66. On conserve les taux purs 1,66.

Pour le chargement de ces taux, on applique une méthode fréquemment utilisée par le marché de la réassurance (dite « Suisse de Ré »). Cette méthode se décompose ainsi pour une tranche A XS B :

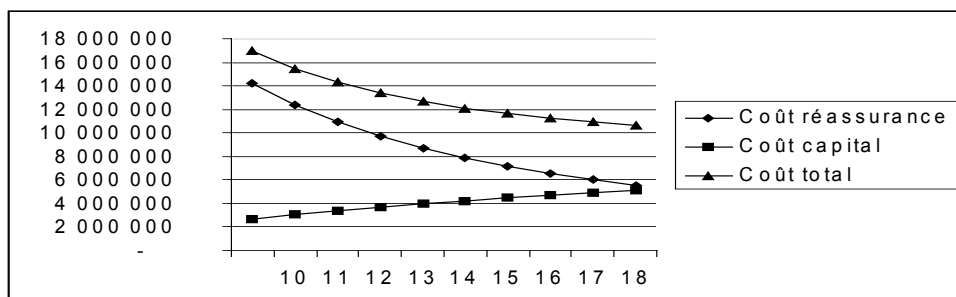
$$\text{Soit } v = \frac{B}{\text{Alors Taux chargé} - B \text{ Taux pur}} \left(1 + 20\% * 2 * \frac{\sqrt{\text{fréquence}}}{1+v} \right) (1 + \text{taux de bénéfice})$$

Le taux de bénéfice est ici fixé à 15%. Le chargement technique correspond à l'écart-type cédé par la tranche pour un coût suivant une Pareto de paramètre 3.

Résultats obtenus

Avec cette technique de chargement, on obtient les résultats suivants :

Franchise (MF)	10	11	12	13	14
Taux chargé	4,59%	4,15%	3,79%	3,48%	3,22%
Coût réassurance	14 252 514	12 391 672	10 905 867	9 696 720	8 696 768
Coût capital	2 702 351	3 062 888	3 390 287	3 690 132	3 966 714
Coût total	16 954 865	15 454 560	14 296 153	13 386 852	12 663 482
Franchise (MF)	15	16	17	18	19
Taux chargé	3,00%	2,80%	2,63%	2,48%	2,34%
Coût réassurance	7 858 354	7 146 952	6 539 996	6 009 192	5 548 729
Coût capital	4 223 400	4 462 877	4 687 325	4 898 536	5 098 002
Coût total	12 081 754	11 609 829	11 224 321	10 907 728	10 646 731



La charge de risques décroît significativement avec la priorité jusqu'au seuil de 17 MF environ à partir duquel la décroissance n'est plus significative compte tenu de la marge d'incertitude qui frappe les paramètres. Ce résultat est très robuste à la modification des paramètres de chargement et de rendements financiers. Le choix fait par le groupe d'une couverture « catastrophe » appelée à être rarement touchée pour le risque incendie est

donc judicieux puisque ce risque apparaît relativement peu consommateur de fonds propres. Il a donc été maintenu.

TEMPÊTE

Pour cette catégorie, on étudie d'une part la couverture actuelle en excédent de perte par événement et d'autre part l'opportunité de la mise en oeuvre d'un traité en excédent de pourcentage de charge annuelle.

Etude de la couverture sous sa forme actuelle

La nature de la protection actuelle tempête, un excess loss par événement, rend l'étape de traitement des données plus délicate que dans le cadre des deux catégories précédentes.

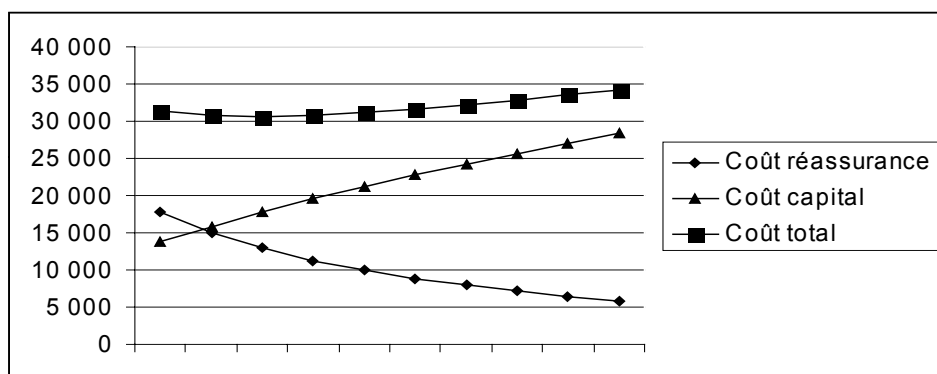
Les données brutes dont on dispose sont en effet les dossiers individuels ouverts au cours des exercices 1990 à 1995. Chaque dossier comporte le coût du sinistre ainsi que la date de réclamation de l'assuré. Chacun de ces coûts doit être actualisé, à l'aide de l'indice INSEE du coût de la construction, en tenant compte de la non-indexation de la franchise de 900 FF du contrat. Il faut ensuite reconstituer les événements tels qu'ils sont définis par le traité, c'est-à-dire comme la somme des coûts afférents à 3 jours consécutifs de l'année. Pour ce faire on regroupe les quelque 30 000 dossiers annuels par jour de réclamation puis on forme des suites de trois jours consécutifs conduisant aux coûts par événement les plus élevés possible, ce qui est naturellement dans l'intérêt du cédant.

Pour coter les tranches d'X Loss, on utilise comme en incendie les burning costs et une modélisation en loi de Pareto. La valeur du paramètre choisie pour la tempête est de 1,05, valeur universellement utilisée pour les risques sis au Japon et très fréquemment pour l'Europe. L'estimateur du maximum de vraisemblance donne une valeur de 1,12 pour la sinistralité de la branche.

Franchise	50 000	60 000	70 000	80 000	90 000
Taux pur Pareto 1,05	27,41%	24,89%	22,78%	20,96%	19,37%
Taux pur B/C	35,18%	31,95%	28,73%	25,51%	22,28%
Franchise	100 000	110 000	120 000	130 000	140 000
Taux pur Pareto 1,05	17,96%	16,68%	15,52%	14,46%	13,48%
Taux pur B/C	19,39%	17,24%	16,13%	15,06%	13,99%

On obtient cette fois des taux purs burning costs sensiblement supérieurs aux taux Pareto qui correspondent fidèlement aux taux du marché. Ceci s'explique par le fait que notre connaissance du passé ne comporte que cinq exercices, parmi lesquels l'exercice 1990 particulièrement défavorable y compris à l'échelle du siècle. Une estimation des taux purs satisfaisante nécessiterait de disposer, à l'instar de la grêle, de séries chronologiques beaucoup plus longues. On conserve donc les taux purs Pareto et l'on charge toujours avec la méthode « Suisse de Ré ». On obtient alors les résultats suivants :

Franchise	50 000	60 000	70 000	80 000	90 000
Coefficient d'efficacité*	174%	181%	189%	199%	214%
Taux chargé	38,88%	34,56%	31,10%	28,23%	25,78%
Ecart-type conservé	38 067	43 961	49 330	54 291	58 925
Coût réassurance	17 786	15 002	12 908	11 269	9 946
Coût capital	13 704	15 826	17 759	19 545	21 213
Coût total	31 491	30 828	30 667	30 814	31 159
Franchise	100 000	110 000	120 000	130 000	140 000
Coefficient d'efficacité	231%	245%	245%	245%	245%
Taux chargé	23,66%	21,79%	20,13%	18,63%	17,26%
Ecart-type conservé	63 289	67 424	71 364	75 134	78 754
Coût réassurance	8 852	7 931	7 142	6 459	5 861
Coût capital	22 784	24 273	25 691	27 048	28 352
Coût total	31 636	32 203	32 834	33 508	34 212



On voit que le niveau de priorité optimal se situe à 70 MF, ce qui est largement inférieur aussi bien au niveau retenu par le groupe (120 MF) qu'au niveau auquel la charge passée conduit en termes d'efficacité technique du traité. Ces résultats sont très robustes vis-à-vis de la modification des différents paramètres (taux de bénéfice cédé, taux de produits financiers, coefficient de sécurité). Le risque tempête est beaucoup plus volatil, donc davantage consommateur de fonds propres que le risque incendie. La courbe de coût du capital est donc suffisamment pentue pour qu'un optimum se dessine.

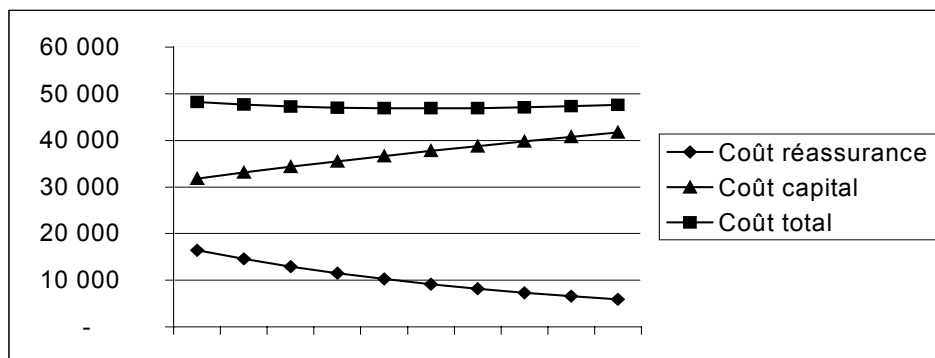
Par ailleurs, l'évolution de la sinistralité tempête au cours de la dernière décennie tend à conférer une probabilité significativement non nulle au cumul de plusieurs événements importants au cours d'un même exercice, comme en grêle sur cultures. Cette évolution conduit à étudier l'opportunité de l'adoption d'un traité sous forme Stop Loss.

Opportunité d'un Stop Loss Tempête

Le Stop Loss tempête n'est pas une couverture pratiquée en France. Il n'existe pas par conséquent de taux de marché permettant de valider des cotations techniques. Cette couverture est cependant plus répandue en Allemagne, où les réassureurs utilisent fréquemment la méthode de RAMEL, comme pour la grêle. Pour caractériser une couverture optimale, il est de surcroît nécessaire de déterminer non seulement une priorité mais également une portée optimale puisque l'on étudie un traité qui n'existe pas aujourd'hui. On fixe le plafond de la couverture à 600%. Ce plafond est très élevé et ne serait sans doute pas placé en pratique. Avec une modélisation RAMEL de la charge annuelle, il a moins de 1% de chances d'être dépassé. Choisir un plafond aussi prudent permet d'étudier la priorité du traité sans se soucier de la question spécifique de la charge maximum possible. On obtient alors les résultats suivants :

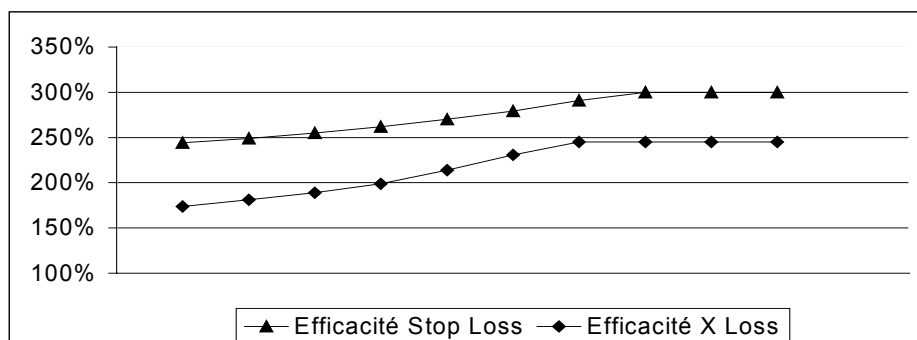
Franchise	90%	100%	110%	120%	130%
Coefficient d'efficacité	244%	249%	255%	262%	270%
Taux chargé	47,93%	43,20%	39,04%	35,34%	32,07%
Coût réassurance	16 438	14 570	12 933	11 502	10 250
Coût capital	31 775	33 115	34 344	35 517	36 634
Coût total	48 214	47 685	47 277	47 019	46 883

Franchise	140%	150%	160%	170%	180%
Coefficient d'efficacité	279%	291%	300%	300%	300%
Taux chargé	29,15%	26,54%	24,21%	22,12%	20,24%
Coût réassurance	9 148	8 181	7 327	6 571	5 903
Coût capital	37 750	38 756	39 761	40 766	41 715
Coût total	46 899	46 937	47 088	47 337	47 619



La franchise optimale est à 130%, nettement inférieure à la valeur technique optimale de 150%. Ce résultat est cependant très élastique vis-à-vis des taux de produits financiers et de bénéfice cédé. La seule conclusion robuste que l'on peut raisonnablement adopter est que la franchise optimale est entre 120 et 140% des primes acquises.

Par ailleurs, le graphique ci-après illustre la supériorité technique du traité Stop Loss sur l'Excess Loss. En effet avec des priorités très basses en Stop Loss on obtient des coefficients d'efficacité supérieurs à ceux de l'X Loss quelles que soient leurs franchises. L'adoption d'un Stop Loss en tempête est donc techniquement souhaitable. Il reste cependant à déterminer la faisabilité d'un tel placement ainsi que ses conditions commerciales. On peut au bilan préconiser la mise en œuvre d'une telle couverture dans le cas où les conditions commerciales seraient proches de celles consenties aux cédantes allemandes.



AUTOMOBILE

La catégorie Automobile se distingue des trois précédentes en ce sens qu'elle est à développement lent. Dans les catégories précédentes, les sinistres sont définitivement réglés

presque systématiquement au cours de leur exercice de survenance. Il n'en va pas de même en Auto. Une partie importante de la charge reste en suspens pendant plusieurs exercices.

Aussi dispose-t-on pour chaque dossier d'une ventilation charge réglée/charge en suspens qui évolue au cours des différents inventaires consécutifs à la survenance. A partir des données brutes disponibles pour chaque inventaire, de 1988 à 1995, on établit par analyse croisée sur base de données un triangle de liquidation qui indique pour chaque dossier l'évolution de la charge pendant les cinq années consécutives à la survenance.

On actualise ces charges à l'aide de l'indice fourni par le Groupe des Industries Métallurgiques et Connexes de la région parisienne, majoré de 1,5% pour les dommages Auto et de 3% pour la RC Auto.

Pour coter des tranches d'X Loss Auto, les réassureurs utilisent moins fréquemment des modèles statistiques. Les tranches basses sont cotées par burning costs. Les taux des tranches hautes sont donnés par le marché. On considère ici comme acquise la couverture catastrophe existante au-delà de 15 MF par sinistre et l'on étudie l'opportunité de placer une tranche sous-jacente. Pour coter une telle sous-jacente, on observe la charge moyenne pour chaque année de déroulement, toutes années de survenance confondues :

	Déroulement				
Survenance	1	2	3	4	5
1988	*	*	*	*	*
1989	*	*	*	*	*
1990	*	*	*	*	*
1991	*	*	*	*	*
1992	*	*	*	*	
1993	*	*	*		
1994	*	*			
1995	*				
	Taux 1	Taux 2	Taux 3	Taux 4	Taux 5

La charge moyenne de chaque colonne de ce tableau donne un taux pur. Le taux de la tranche est le taux moyen des taux ainsi obtenus. Le taux est chargé comme précédemment, l'écart-type étant cette fois celui de la série des cinq taux obtenus. Il faut également tenir compte, dans le coût du capital, de l'immobilisation pendant au moins cinq ans des fonds propres nécessaires pour éviter la ruine sur l'exercice de survenance. On obtient alors les résultats suivants :

Franchise (MF)	Taux chargé	Coût réassurance	Coût capital	Coût total
6	1,35%	0,63%	0,02%	0,65%
8	0,85%	0,42%	0,14%	0,56%
10	0,52%	0,27%	0,28%	0,55%
12	0,25%	0,14%	0,43%	0,57%
14	0,08%	0,04%	0,60%	0,65%

Les différentes charges sont exprimées en pourcentage des primes auto acquises en 1995 (environ 3 milliards de francs). On obtient un optimum de 10 MF fort stable lorsque l'on fait varier les différents paramètres de l'étude. C'est la lente liquidation des sinistres qui conduit à préconiser la baisse de 5 MF de la priorité du traité Auto.



En conclusion, cette étude a conduit aux trois recommandations suivantes:

- i) La priorité du traité tempête doit être abaissée à 70 MF au lieu des 120 MF actuels. Il en résulte un coût supplémentaire de la réassurance de près de 6 MF, ainsi qu'une économie d'immobilisation du capital de 8MF. Le coût total diminue donc de 2 MF, soit 6,3% du coût actuel. Le résultat d'exploitation de la tempête se trouve en outre lissé. C'est au fond la grande volatilité du risque tempête, fort consommateur de fonds propres, qui conduit à préconiser une augmentation des cessions.*
- ii) Le traité Auto doit être complété par une tranche sous-jacente 5 XS 10. Ceci augmente le coût de la réassurance de près de 7 MF, et diminue le coût du capital de plus de 12 MF, ce qui diminue de 5 MF le coût total actuel. C'est au fond le développement lent des sinistres Auto qui les rend coûteux en capital et conduit à préconiser une augmentation des cessions.*
- iii) A la baisse de ces deux priorités correspond un besoin de fonds propres inférieur de 250 MF au niveau actuel. Les protections Grêle et Incendie restent inchangées.*

Ceci conduit à une augmentation de 7 MF de l'espérance de résultat net de rémunération du capital.

De surcroît, cette augmentation des cessions diminue la volatilité du résultat d'exploitation, ce qui diminue à terme le risque pris par l'actionnaire et devrait donc également diminuer son taux de rémunération.

Bien que cette étude n'ait pas été actualisée depuis 1996, les évolutions respectives depuis lors des prix du capital et de la réassurance n'ont pu qu'en conforter les conclusions.



Enfin, il convient d'insister sur les deux principales faiblesses de l'étude.

- i) La forme des chargements de réassurance retenue est dénuée de fondement théorique. Elle est donc une source de versatilité importante du modèle. Elle correspond à la pratique du département technique d'un réassureur français. Sa cohérence avec un échantillon de taux de marché effectifs de l'époque a également été testée.
- ii) En traitant de façon indépendante chacune des catégories pratiquées, tout se passe économiquement comme si l'on minimisait le coût du financement de la solvabilité de 4 sociétés différentes. Il n'est pas tenu compte du gain que procure la mutualisation des différentes catégories.

Ce sont des contraintes de temps et de moyens de calcul qui ont conduit néanmoins à retenir cette approche.

Une démarche plus élaborée, qui nécessiterait la mise en œuvre de méthodes numériques plus lourdes, peut permettre d'appliquer cette méthode sur le portefeuille « consolidé ». Il s'agit alors de déterminer une protection « multilinéaire » optimale. Il est toutefois nécessaire de faire des hypothèses sur les corrélations entre les différentes branches.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

- BACHMAN J.E.** and **LAMM-TENNANT J.** : « Reinsurance and managing insurance company risk », Best's review (mai 1996)
- BOULANGER F.** et **TRAN VAN LIEU L.** : « Tarifs, concurrence et rentabilité : le cas de l'assurance automobile », Centre d'études actuarielles (1994)
- DAYKIN C.D., PENTIKAINEN T.** and **PESONEN M.** : « Practical risk theory for actuaries », Chapman et Hall (1994)
- HAGOPIAN M.** et **LAPARRA M.** : « Aspects théoriques et pratiques de la réassurance », L'Argus (1991)
- RAMEL M.** : « La réassurance, aspects théoriques et pratiques », Dulac & Cie (1980)
- STRAUB E.** : « Non life insurance mathematics », Springer (1988)
- WETZEL I.** : « Comment se réassurer au moindre coût : méthode d'optimisation de la réassurance », Dunod (1976)